

连续拱桥的力学特性分析

刘刚¹ 许长秋² 金鹏程¹

1 江苏河海建设有限公司, 江苏 镇江 212000

2 新兴际华资产经营管理有限公司, 北京 100000

[摘要]文章基于拱桥挠度理论对拱桥的平衡微分方程进行了推导,对变截面拱在静载和动载作用下的基本解进行了分析。同时基于 ANSYS 有限元分析模型对连续拱桥的应力应变特性进行了探讨,并结合工程实例,对连续拱桥在静动荷载作用下的应力应变值及其位置进行了比较,得到了如下结论:通过对连续拱桥在自重和其上部结构静载作用下的最大位移应力进行分析发现:主拱圈在自身重力作用和均布荷载作用下,其最大位移和应力的位置没有变化。最大位移均在主拱圈的顶部,最大应力在主拱圈支座处。且主拱圈的内力以压为主,分布在主拱圈的横截面上,其剪力和拉力可以忽略不计,与拱结构的理论分析相一致。

[关键词]连续拱桥;力学;特性;分析

DOI: 10.33142/aem.v5i12.10443 中图分类号: U213.2 文献标识码: A

Analysis of Mechanical Characteristics of Continuous Arch Bridges

LIU Gang¹, XU Changqiu², JIN Pengcheng¹

1 Jiangsu Hehai Jianshe Co., Ltd., Zhenjiang, Jiangsu, 212000, China

2 Xinxing Cathay Asset Management Co., Ltd., Beijing, 100000, China

Abstract: The article derives the equilibrium differential equation of arch bridges based on the deflection theory, and analyzes the basic solutions of variable cross-section arches under static and dynamic loads. At the same time, based on the ANSYS finite element analysis model, the stress-strain characteristics of continuous arch bridges were discussed, and combined with engineering examples, the stress-strain values and positions of continuous arch bridges under static and dynamic loads were compared. The following conclusions were obtained: through the analysis of the maximum displacement stress of continuous arch bridges under self weight and static loads on their upper structures, it was found that the position of the maximum displacement and stress of the main arch ring did not change under the action of its own gravity and uniformly distributed loads. The maximum displacement is at the top of the main arch ring, and the maximum stress is at the support of the main arch ring. The internal force of the main arch ring is mainly compressive, distributed on the cross-section of the main arch ring, and its shear and tensile forces can be ignored, which is consistent with the theoretical analysis of the arch structure.

Keywords: continuous arch bridge; mechanics; characteristics; analysis

1 拱桥的理论研究

拱桥的理论研究主要是通过对其挠度进行分析研究逐渐发展而来。在 19 世纪晚期人们就提出了研究拱桥的挠度理论并广泛应用到工程实际中去。1988 年由西安公路学院何福照教授^[1]提出的拱桥挠度理论经过十多年的研究完善,正逐步被人们所认识。拱桥考虑挠度影响后,内力大于不考虑次影响的内力。这意味着应用弹性理论所设计的拱桥存在安全隐患,本文着重介绍了挠度理论的精确解析法,对连续拱桥的挠度变形和内力进行了分析研究。

在对拱桥进行挠度理论控制平衡微分方程进行求解时,需要以下几个假设:

(1) 平截面假定:即截面法线方向与切线方向的夹角在变形前后保持不变;

(2) 弹性中心不动假定:即将拱轴变形引起弹性中心位置的改变量忽略不计;

(3) 恒、活载可叠加假定:即认为可将恒、活载分别分析,然后叠加求得总内力。

这样处理虽符合加载顺序及设计习惯,但不符合非线性理论的一般规律,在计算中,若有必要,应将恒、活载作用一并考虑,并不影响这一理论的应用。

2 挠度理论控制平衡微分方程

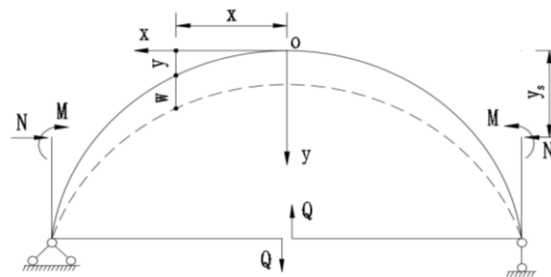


图 1 拱桥模型计算图

如图所示,恒载阶段挠度理论的平衡微分方程为:

$$\frac{d^2W_g}{dx^2} + \frac{H_g}{EI}W_g \sec\varphi = f_g(x) \quad (1-1)$$

其中:

$$f_g(x) = -\frac{\sec\varphi}{EI}[M_g^0 + M_g + H_g(y - y_s)] - \frac{d}{dx}\left(\frac{N_g}{EA} \operatorname{tg}\varphi\right) \quad (1-2)$$

边界条件为:

$$W_g(l) = W_g(-l) = \frac{dW_g}{dx}\Big|_{x=0} = 0 \quad (1-3)$$

约束方程为:

$$\left. \begin{aligned} \int_0^l W_g \frac{d^2y}{dx^2} dx - \int_0^l \frac{N_g}{EA} (1 + \operatorname{tg}^2\varphi) dx &= 0 \\ \frac{dW_g(l)}{dx} + \frac{N_{gl}}{EA_j} + \operatorname{tg}\varphi_j &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (1-4)$$

在外在作用下,平衡微分方程为:

$$\frac{d^2W_q}{dx^2} + \frac{H_g + H_q}{EI}W_q \sec\varphi = f_q(x) \quad (1-5)$$

其中:

$$f_q(x) = -\frac{\sec\varphi}{EI}[M_q^0 + M_q + Q_q x + H_q(y - y_s)] - \frac{d}{dx}\left(\frac{N_q}{EA} \operatorname{tg}\varphi\right) - \frac{H_q}{EI}W_g \sec\varphi \quad (1-6)$$

边界条件为:

$$W_q(l) = W_q(-l) = 0 \quad (1-7)$$

约束方程为:

$$\left. \begin{aligned} \int_{-l}^l W_q \frac{d^2y}{dx^2} dx - \int_{-l}^l \frac{N_q}{EA} (1 + \operatorname{tg}^2\varphi) dx &= 0 \\ \frac{dW(l)}{dx} + \frac{N_{ql} \operatorname{tg}\varphi_j}{EA_j} &= 0 \\ \frac{dW(-l)}{dx} + \frac{N_{qr} \operatorname{tg}\varphi_j}{EA_j} &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (1-8)$$

无论是恒载阶段,还是活载阶段,挠度理论的控制微分方程均可以写为:

$$W'' + \frac{H}{EI}W \sec\varphi = f(x) \quad (1-9)$$

边界条件为:

$$W(l) = W(-l) = 0 \quad (1-10)$$

约束方程为:

$$\left. \begin{aligned} \int_{-l}^l W y'' dx - \int_{-l}^l \frac{N}{EA} (1 + \operatorname{tg}^2\varphi) dx &= 0 \\ W'(l) + \frac{N_l \operatorname{tg}\varphi_j}{EA_j} &= 0 \\ W'(-l) + \frac{N_r \operatorname{tg}\varphi_j}{EA_j} &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (1-11)$$

对于常见的变截面拱通常有以下三种变化规律:

(1) Ritter 函数,即:

$$I = \frac{I_0 \sec\varphi}{1 - (1-n)\frac{x}{l}} \quad (1-12)$$

(2) $n=1$ 时,即:

$$I = I_0 \sec\varphi \quad (1-13)$$

(3) $n=1$ 时,且 A 与 I 有相似的规律,即:

$$\left. \begin{aligned} I &= I_0 \sec\varphi \\ A &= A_0 \sec\varphi \end{aligned} \right\} \quad (1-14)$$

式中, I 为拱截面的惯性矩。

此三种变化规律均可找到挠度理论的控制微分方程的解析解,按以下步骤即可获得挠度理论的全部解答:

(1) 满足边界条件求出方程的全解,但解中含有弹性中心的三个赘余力及拱轴力;

(2) 利用三个约束方程可求出三个赘余力;

(3) 回代即可获得全部变形及内力对于等截面拱,可获得数值解;

由于后两种情况较特殊,为了得到一般情况下的通解,本节只求解了变截面(Ritter函数)拱的基本解。

3 拱桥计算模型的建立

运用 ANSYS 结构分析软件,基于以上理论建立了连续拱桥的有限元分析模型,意在对本文所研究的连续拱桥进行荷载作用下的内力和变形分析,并对其在振动荷载作用下的模态进行分析,得到其不同模式下的固有频率,这对桥梁在正常运营情况下的安全监控具有非常重要的指导意义。

整个连续拱桥的有限元计算模型建立本着点成线,线成面,面成体的整体思想,遵循着先平面后立体,先局部后整体的方法进行有限元模型的建立。在 ANSYS 里确定坐标系, X 轴代表顺桥梁方向, Y 轴代表垂直于桥面的方向, Z 轴代表垂直于桥梁的水平方向,确定关键点的坐标,关键点的坐标可以由设计图纸给出,之后利用拱轴线的方程和矢跨比拱轴系数等参数可以求出主拱上多个点的坐标,利用 ANSYS 的样条曲线命令得到主拱拱轴线如图 2 所示。

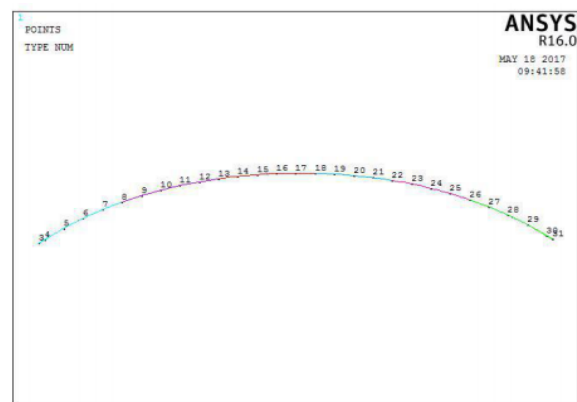


图 2 主拱拱轴线

4 单元类型和参数

连续拱桥模型建立完成之后开始建立有限元模型,即对结构进行单元划分。出于研究方法和计算精度的考量,采用实体单元 solid95 建立有限元模型。solid95 单元是实体单元 solid45 的高阶二次单元, solid45 是 8 节点六面体单元,而 solid95 是 20 节点六面体单元,相比较于 solid45 单元, solid95 单元的节点个数更多,计算精度也就更高,且 solid95 单元形式特别适合边界为曲线的模型,同时,其偏移形状的兼容性好。当然 solid95 单元在求解的过程中所要需要的计算量和时间也要更多。所要建立的模型整个桥六跨总长 180m,半跨宽度 20m,上部结构的高度约为 10m 左右,所以在选择单元尺寸的时候可以选择单元尺寸大小为 1m,共 27542 个单元。主拱圈的结构是钢筋混凝土结构且无预应力钢筋,所选的单元属性常数可以取主拱圈所用混凝土的参数。所要研究的桥梁上部结构的主拱,腹拱,拱上侧墙,拱边端墙,拱座,所采用的混凝土都是 C40 混凝土(拱桥设计图纸上要求的混凝土为 C40 混凝土),经过查阅交通部《公路钢筋混凝土及预应力混凝土桥涵设计规范》(JTGD62-2004),可以取 C40 混凝土的弹性模量为 $3.25 \times 10^4 \text{MPa}$, C40 混凝土各向同性,各个方向的弹性模量也都是 $3.25 \times 10^4 \text{MPa}$,泊松比取 0.2,剪切模量为 $1.3 \times 10^4 \text{MPa}$,混凝土的密度取 2650kg/m^3 。

参数设定完成之后划分网格得到拱桥的有限元模型如图 3 所示。

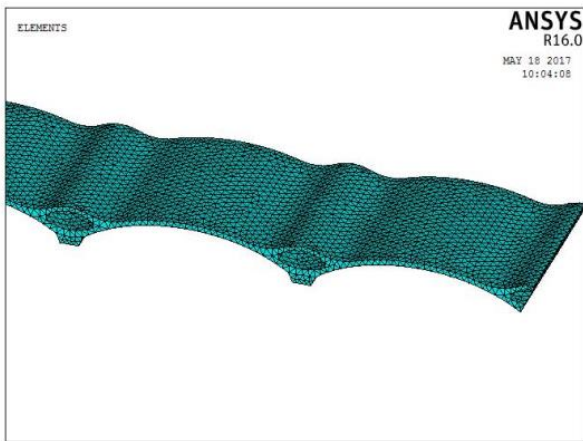


图 3 主拱圈有限元模型

5 约束条件和荷载的施加

由于主要研究桥梁的上部结构,不研究桥墩桥台的变形和受力,所以在进行分析的时候,将所有的拱座以及桥两端与桥台连接处的约束全部视为固结,在不考虑连续拱桥拱上建筑和拱上填料的情况下,主拱圈的主要静力荷载来源于自身重力,重力的方向竖直向下则根据惯性力原理,利用 ANSYS 里的整体加惯性力的方法可以给整个结构施加一个竖直向上的加速度,大小为 9.8m/s^2 ,等效于在整个结构上施加了竖直向下的重力。最后在

ANSYS 窗口点击开始,软件开始运行并计算拱桥模型在重力作用下的内力和变形数据,通过软件的后处理模块即可以进行分析。

6 后处理及数据分析

施加重力求解之后可以对主拱圈进行静力学分析。可以得到主拱圈在自重作用下的各个方向的位移云图如图 4-图 6 所示。(X 方向为平行于桥梁走向的方向;Y 方向为垂直于桥面的方向;Z 方向为垂直于桥梁走向的方向)

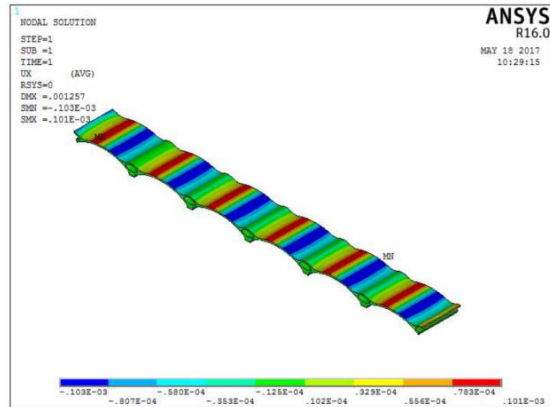


图 4 主拱圈 X 方向位移分布图(单位:m)

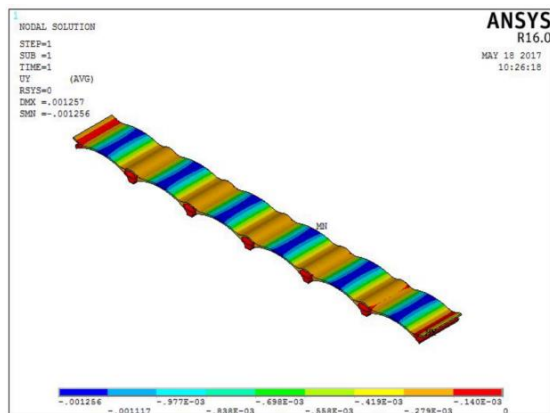


图 5 主拱圈 Y 方向位移分布图(单位:m)

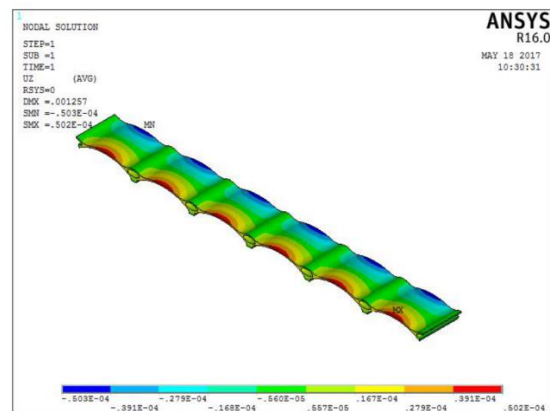


图 6 主拱圈 Z 方向位移分布图(单位:m)

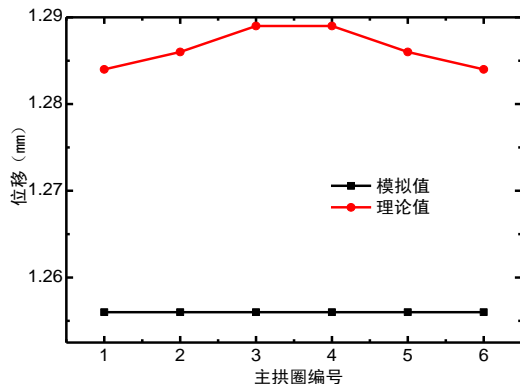
得到主拱圈各个方向位移的极大值如表 1 所示。

表 1 主拱圈各方向位移极大值

位移方向	X	Y	Z
位移极大值 (mm)	0.103	1.256	0.0503

由图 4-6 和表 1-1 可以看出,主拱圈在自身重力作用下的位移还是以 Y 方向上的位移为主。Y 方向上的最大位移为 1.256mm, 方向竖直向下。而 X 方向上的最大位移仅为 0.1mm, Z 方向上的位移 0.05mm, 相比较于 Y 方向上的位移,主拱圈在 X 方向上的位移十分小,仅为 Y 方向位移的十分之一,而 Z 方向上的位移与 Y 方向上的位移相比相差了两个数量级,可以忽略不计。同样可以看出,整个桥梁六个主拱的位移分布情况基本相同, Y 方向上的位移都是主拱跨中最大,在跨中两侧对称分布,从跨中到两侧的拱脚位移越来越小, X 方向位移则是主拱跨中两侧最大,并在跨中两侧对称分布。Z 方向位移在主拱跨中离主拱圈最远的边界上最大,逐渐向主拱圈中轴线减小,并在主拱圈中轴线两侧对称分布。因为整个结构的位移以 Y 方向位移为主,所以位移矢量和分布情况与 Y 方向的位移分布情况基本相同,合位移的最大值为 1.257mm,位于主拱的跨中。

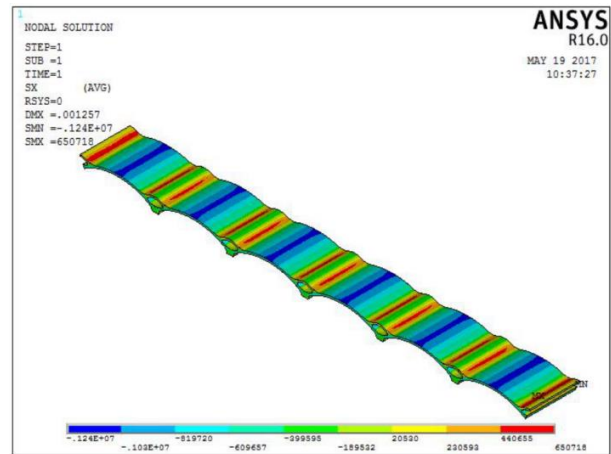
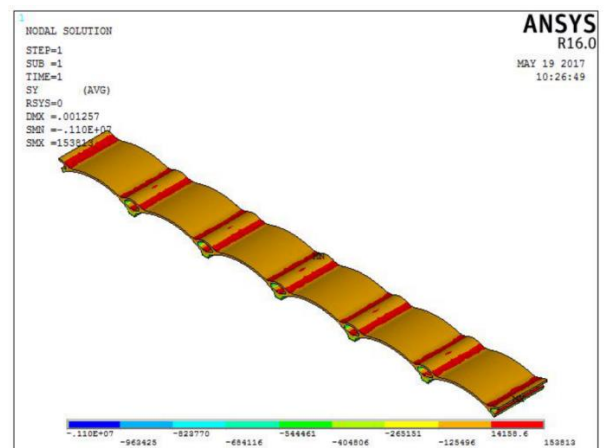
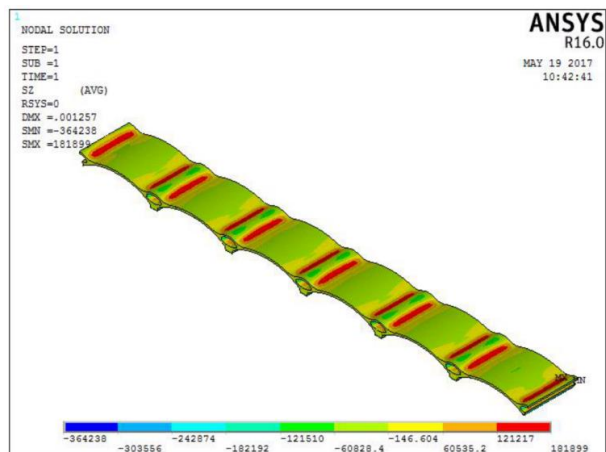
为了验证模型的准确性,运用结构力学求解器对连续拱桥的结构内力和位移进行了计算求解,得到了拱桥的位移最大值及其位置,并对六个主拱圈的最大位移均进行了比较,结果见图 7


图 7 不同方法得到的主拱圈的位移最大值

由图 7 不难看出,在对拱桥的位移进行计算时,由于是对称结构,所以只对一半进行分析,得到的位移是对称的。六个主拱圈的最大位移连线如同一条圆滑的曲线,这种变化曲线是符合常理的。因为正常的桥梁结构在重力方向上的位移一般都是中间大两头小。而数值模拟方法得到的六个主拱圈的最大位移虽然位置与求解器得到的结论是一样的,均在主拱圈的顶部,但是由于模型建立的统一性,所得到的六个主拱圈的最大位移是一样的,连线为一条水平线。由此可见,数值模拟的结果与理论计算的结果是有差异的,但是这种差异不大,理论方法得到的最大位移为 1.289mm,与模拟结果的 1.257mm 相比,误差很小,相差为 2.5%,这个误差级别在工程上是允许存在的,由此可见本文所建立的连续拱桥模型精度符合工程要求。由

此可以运用此模型对拱桥在重力荷载作用下的其他力学参数进行分析和评价。

图 8-图 10 给出了主拱圈在自重作用下各个方向的正应力分布云图。(X 方向为平行于桥梁走向的方向; Y 方向为垂直于桥面的方向; Z 方向为垂直于桥梁走向的方向)


图 8 主拱圈 X 方向正应力分布云图 (单位: Pa)

图 9 主拱圈 Y 方向正应力分布云图 (单位: Pa)

图 10 主拱圈 Z 方向主应力分布云图 (单位: Pa)

主拱拱顶中点各方向正应力如表 2-2 所示。

表 2 主拱拱顶中点正应力

正应力方向	X	Y	Z
正应力大小 (Mpa)	1.24	0.125	0.061

由以上的这些各个方向的正应力分布图和数据表可以看出, 整个主拱圈各个方向上的主应力分布都呈对称分布, 而且每一跨的应力情况基本相同, 应力在主拱上表现为压应力, 以 X 方向上的压应力最大, 对于主拱而言跨中的应力是最大的, 逐渐向两边减小, 拱顶中点处的 X 方向正应力要远大于 Y 方向和 Z 方向, 这说明拱圈内力是以沿着拱轴线的轴向压力为主的。而腹拱外侧应力表现为拉应力, 腹拱内侧应力表现为压应力, 腹拱曲率半径最小的侧面是整个结构应力最大的位置, 因为腹拱曲率半径的减小, 会产生比较明显的应力集中现象, 产生局部很大的应力, 会对连续拱桥结构稳定产生不利的影响, 可以再适当增加腹拱的曲率半径, 减小应力集中现象的影响。半跨主拱长度为 15m, 在主拱上取距拱脚处 5m, 10m, 15m 的截面, 利用截面法计算主拱内截面的轴力和剪力分布情况如图 10 所示。

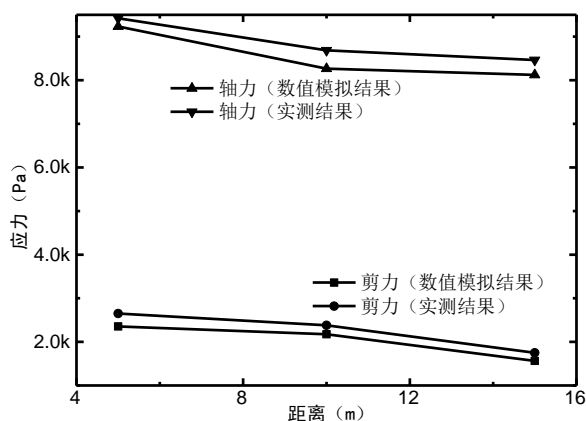


图 11 主拱内截面内力

由图 11 可以看出, 数值模拟得到的主拱内应力要小于理论计算值, 原因在于在进行网格划分时, 该部位的网格尺寸较大, 不能真实反应实际的应力状态。但两种方法的共同点为: 在主拱内沿着拱轴线, 垂直于截面的轴力远大于平行于截面的剪力, 拱内内力以轴力为主, 主拱跨中的轴力和剪力最小, 越靠近主拱跨中, 轴力和剪力就越小, 越靠近拱脚, 轴力和剪力就越大。但这些变化并未引起数量级的变化, 拱内不同位置的内力值还是比较接近的。得到各个拱座各方向的支座反力合力如图 12 所示。

各个拱座在 Y 方向的支座反力合力互相之间基本相等, 且方向都是竖直向上。Y 方向的支座反力要远大于 X 方向和 Z 方向上的支座反力, 这是因为荷载是以竖直向下的重力荷载为主, 并没有在垂直于桥梁走向的 Z 方向产生明显的力, 所以 Z 方向的力趋于 0。主拱圈的内力以拱圈内的轴向压力为主, 会在拱座处产生比较大的水平推力,

但是拱座两侧主拱所产生的水平推力相互平衡, 拱座 X 方向上的支座反力合力就比较小。相对于桥跨中点对称的拱座 X 方向上的支座反力合力大小相等, 方向相反, 比如第一拱座和第六拱座, 第二拱座和第五拱座, 而且拱座的位置越靠近跨中, 拱座 X 方向上的支座反力合力也就越小。这主要是因为各个拱座两侧主拱数不同, 从而导致了各个拱座两侧水平推力的合力不同, 跨中拱座两侧水平推力差距小, 合力也就小, 边跨拱座两侧水平推力差距大, 合力也就大。这也说明各跨主拱间力主要是通过拱座的水平推力来传递。

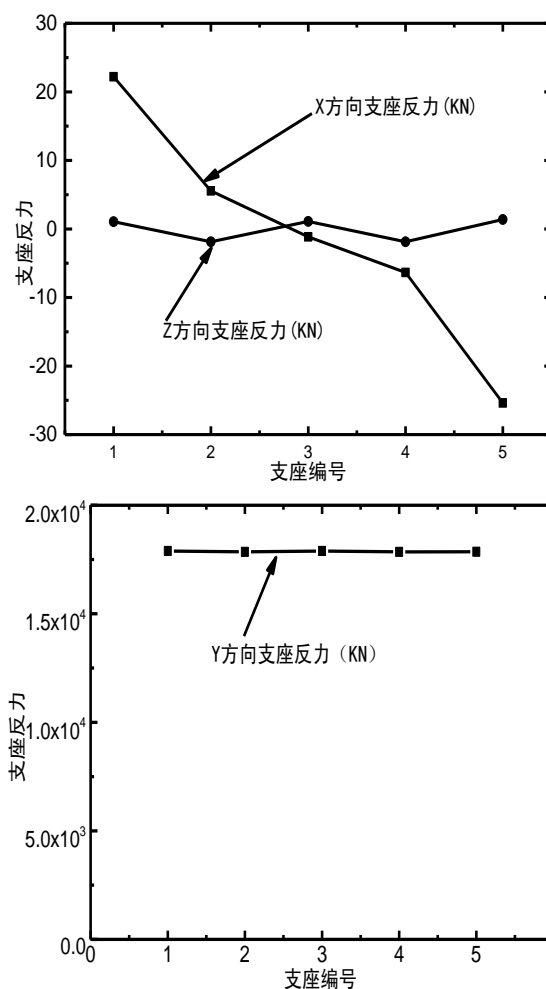


图 12 拱座支座反力

所有约束位置节点 Y 方向的合力 $1.15 \times 10^5 \text{kN}$, 与设计图纸上的半幅主拱圈所用混凝土总重量 1.2 万吨基本符合, X 方向合力为 $-2.75 \times 10^7 \text{kN}$, Z 方向合力为 $4.356 \times 10^5 \text{kN}$, 都是十分小的量, 与 Y 方向合力相比可以忽略不计。这说明在静力荷载的情况下, 各个拱座 X 方向上的支座反力相互平衡, Z 方向上的支座反力值很小可以忽略, 而 Y 方向上的支座反力合力承担整个主拱圈的重力与荷载, 这也与实际情况相符。

7 结论

本章建立了连续拱桥的有限元模型,对其进行了静力学分析,分析了重力作用下连续拱桥应力和位移分布情况,拱座的支座反力情况,以及桥面的位移沉降情况,并对其最大值及其位置进行了分析,通过与理论值进行比较,验证了模型的准确性。在此基础上,考虑了拱桥上部结构对连续拱桥在不同方向上的位移和应力的影响,得出如下结论:

(1)主拱圈在自身重力作用下的位移以Y方向为主,其最大位移为1.256mm。而X方向和Z方向的位移比较小,可忽略不计。整个桥梁六个主拱的位移分布情况基本相同,且在跨中两侧对称分布。

(2)在自重作用下,结构的主拱内沿着拱轴线,垂直于截面的轴力远大于平行于截面的剪力,拱内内力以轴向压力为主,主拱跨中的轴力和剪力最小。

(3)在考虑上部结构时,主拱圈的位移和应力与只考虑重力时的分布规律不变,不同的是因为主拱圈承受的

荷载有所增加,位移和应力的数值都有所增大。

(4)通过将数值模拟的结果和理论计算值及实测值的比较,发现本文所建立的模型与实际情况非常接近,其数值模拟的结果可以作为桥梁施工和监测的参考值,对连续拱桥的设计、施工及维修运营都有重要的意义。

[参考文献]

[1]郑振飞,彭大文.超静定混凝土拱的非线性分析[J].福州大学学报(自然科学版),2015(2):7.

[2]赵雷,杜正国.大跨度混凝土拱桥钢管混凝土劲性骨架施工阶段稳定性分析[J].西南交通大学学报,2014(4):446-452.

[3]赵雷,李春风,吕婷.混凝土系杆拱桥稳定性影响系数[J].长安大学学报(自然科学版),2008(4):43-46.

[4]赵雷.预应力混凝土系杆拱桥动载试验评定分析[J].公路工程,2013(5):38-43.

作者简介:刘刚(1988.8—),男,中共党员,一级建造师,工程师,江苏河海建设有限公司,BIM组长。