

## 粗粒土强度与级配分形特性研究

黄鑫

成都理工大学地质灾害防治与地质环境保护国家重点实验室, 四川 成都 610059

**[摘要]**粗粒土级配是影响抗剪强度的重要因素之一。在分形理论的基础上, 为了探究粗粒土级配与抗剪强度间的相关性规律, 设计了五组不同级配的试样, 并通过粒度分形曲线求得其分形维数。以室内大三轴试验进行研究, 获得了内摩擦角和粘聚力随分形维数增大而减小的变化规律。并通过理论推导获取分形维数与不均匀系数  $C_u$  及曲率系数  $C_c$  的定量关系式, 当分形维数位于 (1.89, 2.63] 这个区间时, 可认为级配是良好的。

**[关键词]**粗粒土; 分形理论; 抗剪强度参数; 级配

DOI: 10.33142/ec.v3i6.2091

中图分类号: TU411

文献标识码: A

## Study on the Strength and Gradation Fractal Characteristics of Coarse-grained Soil

HUANG Xin

State Key Laboratory of Geohazard Prevention and Geoenvironment Protection (Chengdu University of Technology), Chengdu, Sichuan, 610059, China

**Abstract:** Coarse-grained soil gradation is one of the important factors affecting the shear strength. Based on the fractal theory, in order to explore the correlation between the coarse-grained soil gradation and shear strength, five sets of samples with different gradations were designed, and the fractal dimension was obtained by the fractal curve of grain size. Based on the large triaxial test, the variation of internal friction angle and cohesion decreases with the increase of fractal dimension. And through the theoretical derivation to obtain the quantitative relationship between the fractal dimension and the uneven coefficient  $C_u$  and curvature coefficient  $C_c$ . When the fractal dimension is in the range of (1.89, 2.63], the gradation can be considered as good.

**Keywords:** coarse grained soil; fractal theory; shear strength parameter; gradation

### 引言

工程上以土中颗粒直径大于 0.075mm 的质量占全部土粒质量大于 50% 的称为粗粒土<sup>[1]</sup>。粗粒土具有压实性好、强度高、高等工程特性, 被广泛用作工程材料。粗粒土的工程性质, 如透水性、压缩性和强度等, 很大程度上取决于土颗粒的粒径级配<sup>[2]</sup>。国内外学者针对粗粒土的强度力学性质展开了大量的研究[3-7], 如凌华(2017)通过大型三轴排水剪切试验研究了级配对粗粒土强度、变形和颗粒破碎的影响; 陈镠芬(2015)探讨了分形维数与相对破碎率的关系。针对粗粒土级配而言, 大多学者只是定性地说说明不均匀系数和曲率系数对于强度特性的影响, 多因素控制的情况下很难阐明, 因此本文借助分形维数与不均匀系数和曲率系数间的定量关系, 根据室内三轴试验, 寻求级配与强度参数之间的内在联系和相关性规律。

### 1 实验方法



图 1 三轴试验仪

采用粗粒土大三轴实验进行研究，三轴仪高 600 mm，直径为 300 mm，最大围压为 3 MPa，能承受最大 1.5 MPa 的竖向荷载，如图 1。根据试验结果绘制莫尔圆可求得粗粒土的粘聚力和内摩擦角。试验围压分为 3 级，分别为 100 kPa、200 kPa、300 kPa。

按给定级配将 0~60 mm 粒径范围内的颗粒均匀混合配制粗粒料，试样颗粒组成及级配信息如表 1~2。为使土粒均匀分布，采用分层装样。土样密度 2.643 g/cm<sup>3</sup>，实验时采用固结排水剪切。

表 1 土样颗粒组成

粒径/mm	各粒径范围比例/%				
	试样 1	试样 2	试样 3	试样 4	试样 5
d<0.075	1.23	0.69	2.28	2.11	2.21
0.075≤d<0.5	0.49	1.37	1.49	1.96	1.36
0.5≤d<2	3.51	2.68	3.08	2.87	2.94
2≤d<5	2.38	3.12	2.86	2.54	3.2
5≤d<15	7.81	1.45	2.31	2.94	20.3
15≤d<30	22	22.2	42.4	41.2	28.2
30≤d<60	62.58	68.49	45.58	46.38	41.8

表 2 级配信息

参数	试样 1	试样 2	试样 3	试样 4	试样 5
d <sub>10</sub> /mm	9	17	6	7	6
d <sub>30</sub> /mm	28	29	21	23	15
d <sub>60</sub> /mm	45	46	33	36	31
C <sub>u</sub>	5.0	2.71	5.50	5.14	5.17
C <sub>c</sub>	1.94	1.08	2.23	2.10	1.21

## 2 粗粒土级配与分形

### 2.1 分形维数计算

分形是自然界众多事物的客观现象。在二维空间，若 A 为大于某一粒径 d<sub>i</sub> 的颗粒的总面积，则

$$A(r>d_i)=C_a \left[ 1 - \left( \frac{d_i}{\lambda_a} \right)^{2-D} \right] \quad (1)$$

式中：d<sub>i</sub> 为粒径；C<sub>a</sub>、λ<sub>a</sub> 为颗粒形状和大小函数；D 为分形维数。

式（1）为二维空间内的分形计算模型，若将其推广至三维空间，则

$$V(r>d_i)=C_a \left[ 1 - \left( \frac{d_i}{\lambda_a} \right)^{3-D} \right] \quad (2)$$

式中：V 为大于某一粒径 d<sub>i</sub> 的体积，其他参数的含义同（1）式。

假设粗粒土各级颗粒粒径的密度是相同的，则

$$M(r>d_i)=\rho V(r>d_i)=\rho C_a \left[ 1 - \left( \frac{d_i}{\lambda_a} \right)^{3-D} \right] \quad (3)$$

式中：M 为大于某一粒径的质量；ρ 为颗粒密度。

若  $d_i$  为 0, 则颗粒总质量  $M_T$  可表示为

$$M_T = \rho C_a \quad (4)$$

若  $d_i$  为  $d_{\max}$ , 则

$$\frac{M(r < d_i)}{M_T} = \left(\frac{d_i}{d_{\max}}\right)^{3-D} \quad (5)$$

对式 (5) 等式两边同时取对数, 则

$$\log_a [M(r < d_i) / M_T] = (3-D) \log_a (d_i / d_{\max}) \quad (6)$$

上式通常称为粒度分形曲线, 式中  $M(r < d_i)$  可用筛分法求得。底  $a$  可以是任何大于 1 的数而不影响结果, 为了简化, 可以将其取为 10。采用最小二乘法对  $\lg(d_i/d_{\max}) - \lg[M(r < d_i) / M_T]$  坐标下的分形曲线线性拟合方程的分形维数  $D$  和斜率  $K$  满足下式, 本文各组试样的分形维数计算结果如表 3。

$$D = 3 - K \quad (7)$$

表 3 不同级配试样分形维数

	试样 1	试样 2	试样 3	试样 4	试样 5
分形维数	1.9	1.8	2.2	2.0	2.3

## 2.2 级配与分形特征

为揭示分形维数与级配的关系, 绘出了分形维数与不均匀系数  $C_u$  和曲率系数  $C_c$  及三个特征粒径的关系图 (图 2)。由图 2 (a) 可知, 不均匀系数  $C_u$  和曲率系数  $C_c$  均随分形维数呈先增后减规律, 五组试样中只有试样 2 级配不良, 其  $C_u$  和  $C_c$  出现在  $D=1.8$  处, 表明分形维数并不是越小越好, 而是在某一范围内分形维数值可表示级配的优劣。图 2 (b) 描述了各特征粒径与分形维数的关系, 从图中可知有效粒径、中值粒径及限制粒径均随分形维数增大而减小, 三种特征粒径均不断减小代表着试样整体粒径的减小, 细颗粒含量增多, 因此可得如下结论: 分形维数随细颗粒含量增加而增大。

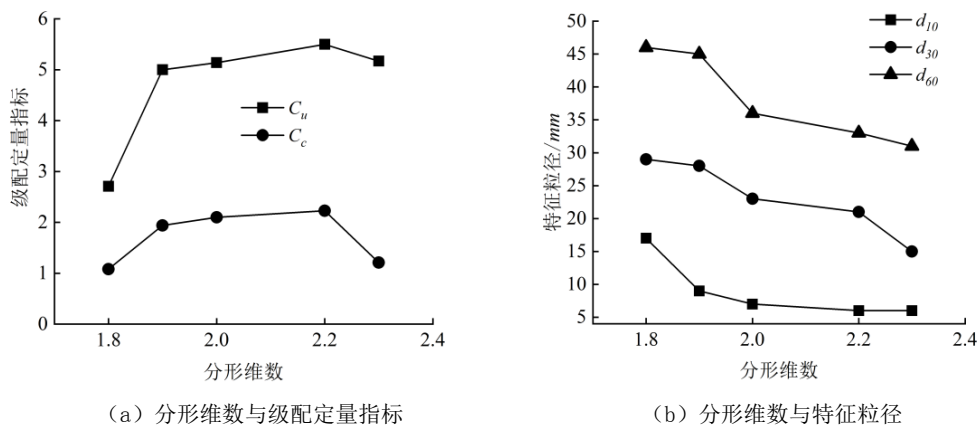


图 2 分形维数与级配定量指标以及特征粒径关系

## 3 抗剪强度与级配分形的内在联系

### 3.1 分形维数与抗剪强度参数

五组试样在不同围压下进行的三轴试验结果如图 3 所示。试样 2 在各级围压下均表现出良好的强度特征, 其粗颗粒间形成较大孔隙, 细颗粒填充致密, 能够较好地维持颗粒结构, 承受较大荷载。分形维数越大, 试样到达应力峰值产生的轴向位移越小, 随着轴向位移的增大, 应力峰值逐渐趋于稳定。随着围压的增大, 颗粒难以产生运动变形, 产生变形的范围也变小, 应力峰值增加。仅试样 2 的级配不良, 但其应力峰值较高, 可见抗剪强度的高低并不能用级配的优劣来

评价, 也与各特征粒径相关, 当粗颗粒与细颗粒含量相对均衡时, 颗粒间孔隙填充致密, 表现出较好的强度性能。

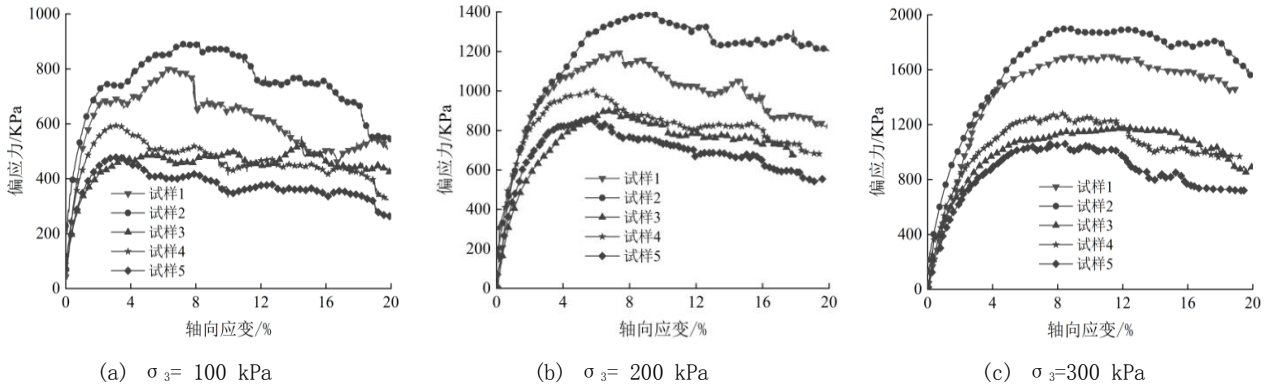


图3 不同级配试样偏应力-轴向应变曲线

图4 为各级围压下, 应力峰值与分形维数的关系图。由图可知, 相同围压下, 随着分形维数的增大, 峰值应力减小, 如在 300 kPa 围压下, 分形维数由 1.8 增加至 1.9, 应力峰值减少 206 kPa。图5、图6 所示为分形维数与内摩擦角  $\phi$ 、粘聚力  $c$  的关系曲线, 可见内摩擦角和粘聚力随分形维数的增加缓慢减小, 内摩擦角的减小幅度大于粘聚力, 与相关文献的部分结论一致<sup>[14]</sup>。

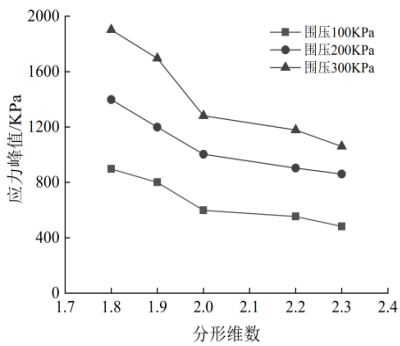


图4 应力峰值与分形维数关系图

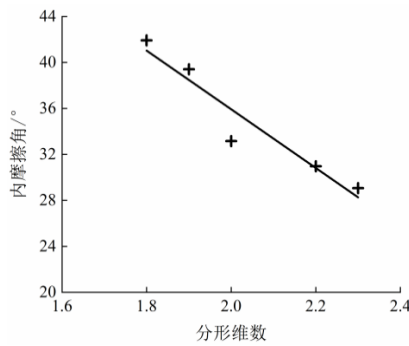


图5 分形维数与内摩擦角

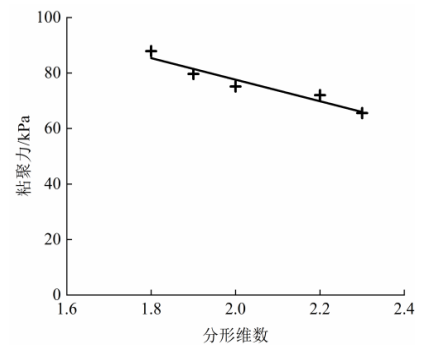


图6 分形维数与粘聚力

### 3.2 级配与分形维数的定量关系

分形维数  $D$  与不均匀系数  $C_u$  和曲率系数  $C_c$  的定量关系可根据双对数坐标下的粒度分形曲线 (图7) 及下列关系式推导。

$$C_u = \frac{d_{60}}{d_{10}}, \quad C_c = \frac{d_{30}^2}{d_{60} \cdot d_{10}} \quad (8)$$

式中:  $d_{60}$ 、 $d_{30}$  及  $d_{10}$  分别为限制粒径、中值粒径及有效粒径。

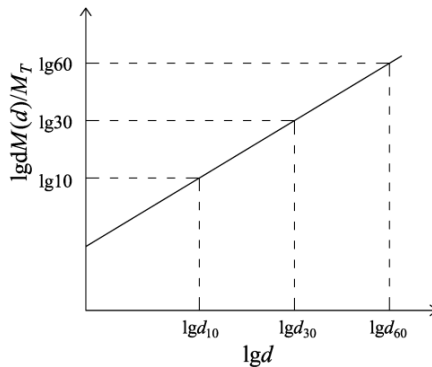


图7 粒度分形曲线

由图 7 可知直线斜率  $k$  为:

$$k = \frac{\lg 60 - \lg 10}{\lg d_{60} - \lg d_{10}} \quad (9)$$

因此:

$$6^{\frac{1}{k}} = \frac{d_{60}}{d_{10}} \quad (10)$$

同理可得:

$$C_u = 6^{\frac{1}{k}} = 6^{\frac{1}{3-D}}, C_c = 1.5^{\frac{1}{3-D}} \quad (11)$$

规范规定: 土颗粒满足  $C_u > 5$  与  $C_c = 1 \sim 3$  两个条件时级配良好, 其级配曲线光滑连续, 不存在平台段, 坡度平缓, 不能同时满足以上两个条件的土级配不良。从式 (11) 可以看出, 可利用分形维数这一单一变量来评价级配的优劣。当  $C_u > 5$  时, 解得  $D > 1.89$ ; 当  $C_c = 1 \sim 3$  时,  $D \leq 2.63$ 。综上, 当分形维数位于 (1.89, 2.63] 这个区间时, 可认为级配是良好的。本文五组试样仅试样 2 级配不良, 其分形维数等于 1.8, 其余试样分形维数均位于 (1.89, 2.63] 区间内, 表明该推论是正确的。

#### 4 结论

(1) 相同围压下, 分形维数越大, 试样到达应力峰值产生的轴向位移越小, 随着轴向位移的增大, 应力峰值逐渐趋于稳定。随着围压的增大, 应力峰值增加。

(2) 内摩擦角和粘聚力随分形维数增大而减小, 并且根据粒度分形曲线获得了不均匀系数、曲率系数与分形维数的定量关系。

(3) 通过理论推导得出, 级配优劣可由分形维数这一单一变量来评价, 当分形维数位于 (1.89, 2.63] 这个区间时, 可认为级配是良好的。

#### [参考文献]

- [1] 赵成刚. 土力学原理[M]. 北京: 清华大学出版社, 2012.
  - [2] 郭庆国. 粗粒土的工程特性及应用[M]. 河南: 黄河水利出版社, 1998.
  - [3] 凌华, 傅华, 韩华强. 粗粒土强度和变形的级配影响试验研究[J]. 岩土工程学报, 2017, 39(1): 12-16.
  - [4] 陈镠芬, 高庄平, 朱俊高, 等. 粗粒土级配及颗粒破碎分形特征[J]. 中南大学学报(自然科学版), 2015, 46(9): 3446-3453.
  - [5] 王子寒, 王鹏举, 景晓昆, 等. 粗粒土颗粒接触力学特性及细观接触模型研究[J]. 岩石力学与工程学报, 2018, 37(8): 1980-1992.
  - [6] 蒋明镜, 郑敏, 王闯, 等. 不同颗粒级配的某火山灰的力学性质试验研究[J]. 岩土力学, 2009, 30(2): 64-66.
  - [7] 刘建坤, 于钱米, 刘景宇, 等. 细粒土不均匀分布对粗粒土力学特性的影响[J]. 岩土工程学报, 2017, 39(3): 562-572.
- 作者简介: 黄鑫 (1995-), 男, 四川眉山人, 硕士研究生, 研究方向: 土木工程。