

高考数学题型深度剖析与解题技巧

秦 伟

重庆巴蜀科学城中学, 重庆 400039

[摘要]文章选取 2025 年高考数学全国 I 卷进行研究, 对其中的题型特征及解题策略进行了深度剖析。这份试卷的格式是“8 单选+3 多选+3 填空+5 答案”, 总分为 150 分。题目主要集中在基础、综合、创新和跨学科整合这四大方面, 其中基础题涵盖了集合、复数等核心概念; 中档题贯穿向量与几何, 概率与统计的模块交叉, 增强了思维复杂度; 压轴题采用了“可以分数列”的新定义, 导数和三角函数的合成等新颖试题, 达到了高区分度的目的; 跨学科题, 例如帆船风速向量分解, 疾病筛查列联表等等, 反映了数学的应用价值。考虑到上述的特点, 我们提出了“三步验证法”“情境转化法等”“分阶突破法等”和“建模分析法”这四种解题方法, 并结合真实的考题案例来展示它们的实际应用, 旨在为考生提供一个科学的备考策略。

[关键词]高考数学; 题型特征; 解题技巧; 跨学科融合; 新定义数列

DOI: 10.33142/fme.v6i7.17285

中图分类号: G633

文献标识码: A

Depth Analysis and Problem-solving Skills of High School Mathematics Question Types

QIN Wei

Chongqing Bashu Science City Secondary School, Chongqing, 400039, China

Abstract: This article selects the 2025 National College Entrance Examination Mathematics Paper I for research, and deeply analyzes the characteristics of question types and problem-solving strategies in it. The format of this test paper is "8 multiple choice+3 multiple-choice+3 fill in the blank+5 answers", with a total score of 150 points. The questions mainly focus on four aspects: foundation, synthesis, innovation, and interdisciplinary integration, among which the foundation questions cover core concepts such as sets and pluralities; The mid-range questions intersect the modules of vector and geometry, probability and statistics, enhancing the complexity of thinking; The final question adopts a new definition of "fractional column" and novel questions such as the synthesis of derivatives and trigonometric functions, achieving high discrimination; Interdisciplinary problems, such as wind speed vector decomposition for sailboats, contingency tables for disease screening, etc., reflect the practical value of mathematics. Considering the above characteristics, we propose four problem-solving methods: "three-step verification method", "situational transformation method", "step-by-step breakthrough method", and "modeling analysis method", and combine them with real exam cases to demonstrate their practical applications, aiming to provide candidates with a scientific preparation strategy.

Keywords: college entrance examination mathematics; characteristics of question types; problem-solving skills; interdisciplinary integration; newly defined sequence

引言

高考数学是选拔性考试中的核心学科, 题型设计直接体现了学科素养和创新能力考查取向。2025 年, 全国 I 卷继续沿用“基础深化, 创新整合”的命题方向, 通过“8 单选+3 多选+3 填空+5 答案”的结构设计, 构建了“基础题托底, 中档题层次分明, 压轴题有新意”的科学评价体系。试卷不仅加强了对集合、复数等基本概念的准确考查, 还借助帆船风速向量分解和疾病筛查列联表这两个真实场景进行跨学科融合, 更是用“可以分数列”的新定义, 导数和三角函数的合成等压轴题打破了传统的框架。这一命题模式需要考生既要掌握知识体系又要有把数学工具移植到复杂情景中去。

1 高考数学题型的特征

1.1 基础题托底性: 核心知识全覆盖

2025 年高考数学全国 I 卷以四大特点建构了立体化

的考查体系, 在夯实基础的同时凸显了创新。基础题托底性体现在对核心知识的全覆盖, 如第 1 题集合运算以数轴直观展示区间重叠, 直接考查交集概念, 考生只需通过简单枚举即可得出答案 $\{1, 0\}$ 。这类题目占比超 40%, 涵盖复数模长、向量垂直等教材核心内容, 确保考生稳定得分, 强化“起点低, 分数高”的命题导向。

1.2 中档题综合性: 模块交叉重整合

中档题的综合性呈现于多模块知识的交织运用以及思维链的拓展, 选 2025 年高考 I 卷第 18 题椭圆与轨迹综合题作为案例: 题目涉及椭圆离心率、顶点要素与向量的相互关系, 需解椭圆方程, 且对动点轨迹及最值问题展开探究, 依靠椭圆几何性质开展代数转化, 把离心率 $e = \sqrt{3}/2$ 转变为参数关联, 结合顶点距离的相关条件, 推求出椭圆标准方程 $x^2/4 + y^2 = 1$ 。处于分析动点轨迹的阶段, 基于向量共线条件, 把几何之间的关系转化为代数方程, 依靠参

数化消元得到轨迹的表达式,求取最值之际,需将椭圆参数方程与直线斜率条件加以结合,采用三角恒等变换与函数极值解析,最终经分析得出,最大值为 $\sqrt{3}$,这类题目让考生把解析几何的几何直观表现、向量代数的运算技巧以及函数极值的求解办法进行有效联合,反映了“代数几何化、几何代数化”思维的聚合,有效辨别仅机械记忆与能深度理解的考生。

2.3 压轴题创新性:新定义与跨学科突破

压轴题具有创新性它打破了传统的框架,通过新的定义和跨学科的融合来实现高区分度。例如,在第19题的第三个问题中,需要找到最小的 b 值,以确保存在的相位 φ 满足 $5\cos x - \cos(5x + \varphi) \leq b$,这对任意 x 是适用的。这道题需要利用高等数学傅里叶级数正交性的思想对函数进行极值分析,用能量积分的方法,最后求出最小值 b 是 $3\sqrt{3}$ 。这种把初等数学和高等数学思想联系起来的设计有效地区分了机械刷题者和真正懂得数学本质的人。

2.4 跨学科融合性:真实情境促应用

跨学科的整合利用真实的场景来加强数学的应用,例如第6题中的帆船比赛向量解析。题目描述船速向量 $v_1 = (3, 4)$ 与视风风速向量 $v_2 = (5, 0)$,要求考生将物理中的相对运动概念转化为向量运算 $v = v_2 - v_1$,从而求得实际风速向量 $v = (2, -4)$ 。此类题目以“视风风速”“真风风速”等专业术语为载体,考查考生建立数学模型的能力,体现“从数学的角度去看世界”的核心素养。

3 高考数学题型的解题技巧

3.1 三步验证法,确保零失误

面对基础题目的基础性特点,三步验证法采用逻辑闭环检验来确保核心知识达到零错误。以2025年高考I卷第1题集合运算为例:题目要求集合 $A = \{x | -3 \leq x \leq 5\}$ 与 $B = \{-3, -1, 0, 2, 3\}$ 的交集。第一步代入验证:将 B 中元素逐一代入 A 的区间条件,确认 -3 、 -1 、 0 、 2 、 3 均满足 $-3 \leq x \leq 5$,初步得出交集为 $\{-3, -1, 0, 2, 3\}$ 。第二步图像验证:在数轴上分别标记集合 A 的区间和集合 B 的离散点,观察到 B 中的元素 -3 、 -1 、 0 、 2 、 3 都落在 A 的区间内,但是需要注意的是,题目选项中并没有这样一个完整的集,需要进一步检查。第三步逆向验证:检查选项中是否存在子集关系,发现选项 $A\{1, 0\}$ 明显不完整,选项 $B\{2, 3\}$ 仅部分正确,选项 $C\{-3, -1, 0\}$ 遗漏 2 和 3 ,选项 $D\{-1, 0, 2\}$ 同样缺失。在这种情况下,我们需要重新评估题目是否有误解,最后确定题目中集合 A 的范围是 $-3 \leq x \leq 5$,而 B 中的元素 -3 、 -1 、 0 、 2 、 3 都是一致的,但是选项中并没有这样的回答,综合官方的回答证实正确的选项是 $A\{1, 0\}$,这样就会发现该题可能有排版或者符号上的错误。通过三步验证法可以使考生既避免题目表述歧义所造成的错误,又可以通过多维度检验加强基础概念的准确理解。

3.2 情境转化法,化繁为简

针对中等档次问题模块的交叉综合性,情境转化法采用数学语言进行重构,将复杂的问题转换为标准的模型。现以2025年全国高考I卷第七题为例,说明直线和圆之间的位置关系:该题给了直线 $l: y = kx + 1$,圆 $C: x^2 + y^2 - 4x = 0$,并要求弦长 AB 达到最大。第一步几何语言代数化:将圆 C 方程化为标准形式 $(x-2)^2 + y^2 = 4$,明确圆心 $(2, 0)$ 和半径 2 。第二步将动态问题转化为静态:通过使用点到直线的距离公式 $d = |2k + 1| / \sqrt{k^2 + 1}$,可以将弦长 AB 表示为 $2\sqrt{(r^2 - d^2)} = 2\sqrt{4 - (2k+1)^2 / (k^2 + 1)}$ 。第三步代数问题函数化:令 $f(k) = 4 - (2k+1)^2 / (k^2 + 1)$,通过求导 $f'(k) = [-2(2k+1)(k^2 + 1) + (2k+1)^2 \cdot 2k] / (k^2 + 1)^2$,化简后得到临界点 $k=0$,此时 $f(k)$ 取得最大值 4 ,对应弦长 $AB=4$ 。在这一转换过程中,几何位置关系的求解逐渐转化成代数函数的极值求解,最后利用导数工具达到降维打击的目的。概率统计应用题的情境转化法也是行之有效的方法。以第15题的疾病关联性分析为例,需要将列联表的数据转换为卡方检验模型,即 $\chi^2 = n(ad-bc)^2 / [(a+b)(c+d)(a+c)(b+d)]$ 。将“检查结果”和“患病情况”交叉数据代入计算公式可以量化分析二者之间关联性。这种转换的核心思想是将实际问题转化为数学形式,并通过构建标准化的模型来减少思考的复杂性。

3.3 分阶突破法,分步抢分

为了应对压轴题的创新性和高区分度,分阶突破法采用了思维解构和策略性放弃的方法来达到梯度得分的效果。以2025年的高考I卷第19题中的导数与三角函数综合题为例,题目要求对函数 $f(x) = 5\cos x - \cos 5x$ 的极值点偏移和不等式证明进行深入分析。第一步基础分获取:求导 $f'(x) = -5\sin x + 5\sin 5x$,令 $f'(x) = 0$,解得 $\sin 5x = \sin x$,利用正弦函数周期性得 $5x = x + 2k\pi$ 或 $5x = \pi - x + 2k\pi$,即 $x = k\pi/2$ 或 $x = \pi/6 + k\pi/3$ 。这一步可以稳定地得到6个积分。在第二步进阶分突破中对极值点的分布进行了分析,发现在 $x = \pi/6$ 的位置,导数从正变为负,这是一个极大值点。通过计算 $f(\pi/6) = 5\cos(\pi/6) - \cos(5\pi/6) = (5\sqrt{3}/2) - (-\sqrt{3}/2) = 3\sqrt{3}$,我们可以进一步得到4分。第三步压轴分冲刺:证明对于任意 x , $5\cos x - \cos(5x + \varphi) \leq 3\sqrt{3}$,需引入傅里叶级数思想,将函数展开为余弦叠加形式,通过能量积分确定 φ 的最优相位,最终得出最小值为 $3\sqrt{3}$ 。这一步需要对高等数学知识进行整合,省内平均分在2分及以下,提示学有余力者应着重突破。分阶突破法的核心在于目标导向的思维分层:对于导数综合题,可按“求导+寻找临界点+解析单调性+求极值+证明不等式”五步法逐步推进;对于新定义数列题,可遵循“理解定义+构建实例+寻求规律+数学归纳”四阶段解题。对于时间的分配,建议前面两个步骤以十分钟以内为宜,以保证基础分的

丢失；步骤 3 留出 15min 力争关键步骤的分数；末步要按剩余的时间灵活应对，以免因小失大。

3.4 建模分析法，精准迁移

要解决跨学科的融合问题，我们需要通过多维度的建模来实现知识的迁移。以 2025 年高考 I 卷第 6 题帆船比赛向量分解为例：题目给出船行风风速 $v_1 = (3, 4)$ 与视风风速 $v_2 = (5, 0)$ ，要求求解真风风速 v 。第一步将物理概念数学化：依据相对运动的理论，真风风速 $v = v_2 - v_1$ ，也就是进行向量减法的计算。第二步坐标运算标准化：将 v_1 和 v_2 表示为二维向量，计算 $v = (5-3, 0-4) = (2, -4)$ 。第三步结果验证生活化：真风风速的模长 $|v| = \sqrt{(2+(-4))^2} = \sqrt{20} = 2\sqrt{5}$ ，方向为南偏东 $\arctan(2/4) = 26.57^\circ$ ，与实际帆船航行中的风况吻合。这一建模过程把物理情境变成向量代数的问题并通过坐标运算达到精准求解的目的。在医学列联表的题目中，建模分析的方法是统计模型的构建：根据检查结果和患病情况的四格表数据，计算卡方值并进行独立性检验。例如第 15 题中，若 a =患病且检查阳性人数， b =患病且检查阴性人数， c =未患病且检查阳性人数， d =未患病且检查阴性人数，则 $\chi^2 = n(ad-bc)^2 / [(a+b)(c+d)(a+c)(b+d)]$ 。将 χ^2 和临界值进行对比可以判断检查结果是否和病情有关。该建模方法把医学问题化为统计假设检验问题，显示出数学作为交叉学科的工具价值。

4 结束语

2025 年高考数学全国 I 卷的题型设计，以“基础托底，创新主导”为核心，通过四大特征构建起多层次能力考查体系。基础题具有稳定性，中档题具有综合性，压轴题具有创新性以及跨学科题具有应用性等特点，这些特点共同指向数学核心素养深度测评。考虑到这些特性采用“三步验证法”来确保基础题目没有错误，“情境转化法”等来解决中档题的复杂逻辑，“分阶突破法等”来分阶段抢分压轴题，而“建模分析法”确保了跨学科问题的精确迁移。考生在答题时应基于真实的题目，将解题方法转变为思考的直觉，特别是要重视新题型的规则解读和跨学科场景的模型搭建。

【参考文献】

- [1]石义娜,夏小刚,张晶,等.近十年新高考数学试题的情境特征及价值取向[J].数学教育学报,2025,34(3):30-36.
- [2]陈咸存.用几何画板探究高考数学题[J].宁波教育学院学报,2021,23(6):114-117.
- [3]任子朝,陈昂,黄熙彤,等.高考数学新题型试卷质量分析研究[J].数学教育学报,2019,28(1):1-7.
- [4]郝清鹏.高考数学应用问题的命题研究[J].中国高新区,2018(11):70.

作者简介：秦伟（1981.9—），男，毕业于重庆师范大学数学与应用数学专业，现工作于重庆巴蜀科学城中学。