

基于 BOPPPS 教学模式的概率论与数理统计教学设计——以全概率公式为例

胡 昀

三峡大学数理学院, 湖北 宜昌 443002

[摘要] 概率论与数理统计作为一门公共基础课, 对学生数学思维以及建模应用能力的培养起着重要作用, 文内基于学生的学情和传统概率论与数理统计课堂的痛点问题, 通过 BOPPPS 教学模式对课程进行教学设计, 提高概率论与数理统计的教学效果, 为其他同类课程教学提供参考。

[关键词] BOPPPS 教学模式; 概率论与数理统计; 教学设计

DOI: 10.33142/fme.v6i8.17533

中图分类号: G642

文献标识码: A

Instructional Design for Probability Theory and Mathematical Statistics Based on the BOPPPS Model — Illustrated by the Example of the Law of Total Probability

HU Yun

College of Mathematics and Physics, China Three Gorges University, Yichang, Hubei, 443002, China

Abstract: Probability Theory and Mathematical Statistics, serving as a fundamental public course, plays a pivotal role in nurturing mathematical thinking and modeling application skills for students. Considering the learning status of students and the prevalent issues in traditional classroom instruction of Probability Theory and Mathematical Statistics, the BOPPPS teaching model was applied to design the teaching process in this paper, thereby enhancing the teaching effectiveness. The approach presented herein can serve as a reference for the teaching of other similar courses.

Keywords: the BOPPPS teaching model; probability theory and mathematical statistics; Instructional design

概率论与数理统计作为一门数学类公共基础课程是众多理工、经管专业后续课程的基础, 其理论严谨, 应用性强, 有助于提升学生的数学思维和解决实际问题的能力^[1]。例如, 它为理工科专业的学生提供了数据分析、建立模型的理论基础, 有利于经济管理类专业的学生进行风险评估和经济预测。因此, 如何在教学过程中提高学生的数学素养和数据思维, 增强学生理论联系实际和解决问题的能力变得尤为重要。

1 概率论与数理统计课程教学现状

第一, 课程体系成熟。概率论与数理统计课程在大学教育中已形成一套成熟的课程体系, 难以在课程知识体系上进行改革。

第二, 以教师为中心。传统的教学模式中教师在课堂上扮演知识传递者的角色, 而学生则处于被动接受的地位^[2]。这种模式虽然能够保证教学内容的权威性和系统性, 但往往忽视了学生的主体性和参与性, 限制了学生主动探索和创新思维的培养。

第三, 理论讲授为主。传统的概率论与数理统计课堂中教师通过课堂讲解、板书和幻灯片展示等形式向学生讲解定义、定理、证明、例题等, 虽然这种方法有助于学生建立起扎实的理论基础, 但学生注意力很难集中, 并且缺乏实践操作不利于学生将理论知识应用于实际问题的能力^[3]。

第四, 考评方式单一。课程考核依赖于期末考试和课

后作业的成绩, 无法全面反映学生的学习过程和能力发展, 忽视了学生在学习过程中的参与度、团队合作和创新能力。考评方式的单一性不仅限制了学生展示自己综合能力的机会, 也使得教师难以获得关于教学效果的全面反馈, 影响了教学的持续改进。

在当前教育背景下, 概率论与数理统计课程的教学现状与学生需求之间存在显著的不匹配, 这种脱节导致概率论与数理统计课程面临着一系列挑战。例如, 学生在学习过程中缺乏明确的目标和方向, 课程上师生之间缺乏互动交流, 知识点缺乏应用案例的支撑, 学生学习过程缺乏评价反馈等, 为了提高概率论与数理统计课程的教学质量有必要对课程进行改革。

2 BOPPPS 教学模式

BOPPPS 教学模式起源于 20 世纪 60 年代, 主要是强调学生在学习过程中的主体地位和教师的引导作用。通过问题和项目驱动的教学方法, 激发学生的学习兴趣 and 积极性, 从而提高学生的参与度和学习效果^[4]。BOPPPS 教学模式包含六个关键环节: Bridge (引入)、Objective (学习目标)、Pre-assessment (前测)、Participatory Learning (参与式学习)、Post-assessment (后测) 和 Summary (总结), 通过设计引入环节吸引学生注意, 前测和后测环节来评估学生的学习效果, 参与式学习环节来提高学生的课堂参与度, 总结环节来巩固学生学习成果, 这六个环节构

成了一个闭环,确保教学活动的有效性和针对性,促进学生的主动学习和深入理解^[5]。

近几年国内越来越多的教师将 BOPPPS 教学模式用于数学类课程教学改革实践。例如,储亚伟等以“一阶非齐次线性微分方程的解法”为例,将 BOPPPS 教学模型用于高等数学的微课设计^[6]。张莉等以“解析函数的概念与柯西-黎曼方程”为例,探究 BOPPPS 教学模式在复变函数论课程教学设计中的应用^[7]。高翠翠等以“导数的概念为例”将 BOPPPS 教学模型与对分课堂相结合探索高等数学混合式教学模式^[8]。

3 BOPPPS 教学模式教学实践

结合以往概率论与数理统计课程的教学经验,采用 BOPPPS 教学模式对知识点进行重构,通过长江雨课堂教学平台辅助教学。下面以“全概率公式”内容为例,对课程进行设计。

3.1 Pre-assessment (前测)

在前测环节,教师可以根据教学大纲、教案、教学内容提前在长江雨课堂平台上传本次课的相关资料,在上课前三天发布课前复习和预习任务,并且通过长江雨课堂发布相关测试题。学生可以通过前测环节进行自我评估,从而了解自己的预备知识储备和课程预习情况,方便学生进行查漏补缺,为后续新课学习打下基础。教师可以根据测试结果了解学生知识能力储备,明确学生的薄弱环节,及时调整教学安排和方法。本次课前需要学生复习条件概率和乘法公式,并且完成相关的测试题。同时教师通过雨课堂推送“三门问题”的动画演示,引导学生思考换门是否有助于参赛选手提高赢得大奖的概率,为课堂讨论做准备。

3.2 Objective (学习目标)

教师根据教学大纲和教学要求,提前在雨课堂发布三个层次的学习目标,具体为知识目标、能力目标、素质目标,以便学生了解本节课的教学目标,实现目标导向。

知识目标:记忆全概率公式;明确全概率公式的适用场景。

能力目标:归纳推导出全概率公式;构建全概率模型解决相应的实际问题。

素质目标:领会全概率公式中蕴含的“全面思考、化整为零、化繁为简”的概率思想和工作方法。

3.3 Bridge (引入)

在课堂教学中,引入作为课堂的第一个环节,如何精心设计引入方式以吸引学生的注意力显得至关重要。一个巧妙且富有吸引力的引入,能够迅速激发学生的好奇心和求知欲,为整堂课的顺利开展奠定坚实基础。本次课别出心裁地通过三张扑克牌(一张大王,两张 A)重现了课前视频中的“三门问题”,并与学生展开积极互动。在游戏正式开始前,让学生从这三张扑克牌中任意选取一张。紧接着,给予学生一个换牌的机会,并适时抛出关键问题:

是应该坚持最初的选择,还是果断改变选择呢?当学生做出自己的选择后,进一步追问:最初选对“大王”的概率是多少?改变选择后选对的概率又是多少呢?通过这样层层递进的问题引导,促使学生深入思考,让他们明白改变选择与否实际上取决于概率是否增大,进而将这个充满趣味的游戏问题巧妙地转换成严谨的概率计算。这种将教学内容巧妙融入现实情境的方式,极大地提高了学生的学习兴趣,使学生更积极主动地参与到后续的课堂学习中。

3.4 Participatory Learning (参与式学习)

这一环节是本次课堂的核心所在,通过问题驱动和小组探究的方式,实现从传统的“以老师教为主”到“以学生学为主”的教学模型转变,全方位提高学生在课堂中的参与度,培养学生的能力,让学生真正成为学习的主人。

在具体实施过程中,学生被分成若干小组,围绕“改变选择后猜对的概率”这一核心问题展开深入探究。每个小组成员都积极投入,各抒己见,运用所学知识并结合游戏中的实际情况进行分析和计算。教师则在一旁密切观察学生的探究情况,适时给予点评和讲解。为了更好地引导学生进行探究,教师设定了几个关键事件:设事件 A_1 ={首次猜对}, A_2 ={首次猜错}, B ={换牌后猜对}, 引导学生分析得出首次猜对的概率 $P(A_1)$ 、首次猜错的概率 $P(A_2)$ 、在首次猜对的条件下换牌后猜对的概率 $P(B|A_1)$ 以及在首次猜错的条件下换牌后猜对的概率 $P(B|A_2)$, 分别为: $P(A_1)=1/3$, $P(A_2)=2/3$, $P(B|A_1)=0$, $P(B|A_2)=1$, 从而得出 $P(B)=P(A_1)P(B|A_1)+P(A_2)P(B|A_2)=2/3$ 。

教师进一步引导学生分析事件 A_1 和 A_2 的关系,学生通过思考和讨论发现 A_1 和 A_2 构成了一个完备事件组,及 A_1 和 A_2 满足两个重要条件:(1) A_1 和 A_2 互斥,即 $A_1A_2=\emptyset$ 也就是说这两个事件不能同时发生;(2) A_1 与 A_2 的和事件是整个样本空间,即 $A_1 \cup A_2 = \Omega$, 也就是说在一次试验中,要么事件 A_1 发生,要么事件 A_2 发生,二者必居其一。基于此,教师引导学生将这一具体情境进行推广,从两个事件拓展到 n 个事件 $A_1, A_2, \dots, A_n$, 从而引出划分的定义:设 Ω 为样本空间。若 Ω 的一组事件 $A_1, A_2, \dots, A_n$ 满足以下两个条件(1) $A_iA_j=\emptyset, i \neq j, i, j=1, 2, \dots, n$; (2) $A_1 \cup A_2 \cup \dots \cup A_n = \Omega$, 则称 $A_1, A_2, \dots, A_n$ 为样本空间的一组划分。划分的概念为我们处理复杂事件的概率计算提供了有力的工具。

教师进一步引导学生计算复杂 B 事件的概率,通过引入划分将复杂的 B 事件分解成划分中若干个两两互斥的简单的积事件的和 $P(B)=P(B\Omega)=P(BA_1 \cup BA_2 \cup \dots \cup BA_n)$,再利用乘法定理将每一个积事件转换成简单易求的概率乘积来进行求解,从而引导学生得到全概率公式: $P(B) = \sum_{i=1}^n P(A_i)P(B|A_i)$ 。全概率公式为解决一类复杂的概率问题提供了系统的方法,它将一个难以直接计算的复杂事件的概率,分解为多个简单事件概率的加权和。接着,

教师结合游戏中换牌后猜对的概率计算过程,引导学生归纳总结全概率公式使用场景。学生通过回顾游戏中的思考过程,深刻体会到在面对复杂问题时,要全面思考各种可能的情况,将一个复杂的大问题化整为零,分解为多个简单的子问题,然后通过逐步解决这些子问题,最终实现化繁为简的目的。

在这一环节中,教师引导和学生探究紧密结合,从具体的游戏情境出发,逐步过渡到一般的概率理论,探究过程由易至难、由浅入深、层层递推,最终得出了全概率公式。为了进一步验证结论的正确性,教师还组织学生通过编程进行数值模拟猜牌游戏。通过大量的模拟实验,学生直观地看到换牌后猜对的概率为 $\frac{2}{3}$,换牌后猜对的概率比首次猜对的概率大。基于这一模拟结果,学生从游戏策略上更加明确地认识到应该选择换牌。这种将理论知识与实际操作相结合的教学方式,不仅加深了学生对全概率公式的理解和掌握,更培养了学生的实践能力和科学思维。

3.5 Post-assessment (后测)

在后测环节,教师充分利用雨课堂平台便捷高效的特点,精心设计并发布了紧扣课堂核心知识全概率公式的限时练习题,用来全面检验学生的学习成效。学生积极投入到这些题目中,通过练习实现学以致用,将所学的一般理论与具体的实际问题有机融合,不仅有效巩固了对全概率公式的理解,更为后续深入学习相关知识打下了坚实基础。与此同时,老师借助雨课堂平台实时收集学生的作答结果,深入了解学生对全概率公式的掌握情况,精准检验课程目标的达成状况,为后续教学调整提供有力依据,实现个性化指导。

3.6 Summary (总结)

在课堂尾声,教师引导学生从多维度系统回顾本节课的核心内容,帮助学生构建完整的知识体系。教师通过回顾课堂板书推导过程及其推导逻辑,与学生共同梳理全概率公式的完整表达式。结合“换牌游戏”的直观情境说明全概率公式实际上是将复杂事件的概率分解为多个互斥简单事件的加权和,体现“化整为零、化繁为简”的数学思想。从建模层面引导学生反思如何从实际问题中抽象出“划分事件”与“目标事件”的关联强化“用数学语言描述现实问题”的建模能力。最后通过联系生活实例和科研实例,引导学生讨论全概率公式在多场景中的普适性,促使学生从“学会公式”转向“会用公式”。教师从公式、意义、建模、和应用方面引导学生回顾总结本节课学习的主要知识点,促使学生将分散的知识点串联为逻辑网络,

同时深化了学生对核心思想的理解。为延伸学习深度,教师布置具有挑战性的课后扩展作业:若游戏规则变为有 m 张大王、 n 张 A, 玩家初始随机选择 1 张, 教师公开翻开 k 张 A 后, 玩家是否应改变选择? 获奖概率如何随 m 、 n 、 k 的变化而变化? 这一作业可以引导学生从“模仿解题”自主转向“主动探究”, 在迁移应用中提升数学建模素养与问题解决能力。

4 结语

本文采用 BOPPPS 教学模型对全概率公式的教学内容进行重构, 秉承“以学生为中心”的理念对各个教学环节进行设计。同时, 充分挖掘概率论与数理统计中的思政元素, 将思政教育有机融入课堂教学中。通过本案例的实践, 课堂上的环节能够充分调动学生的积极性, 提高学生的学习效果, 课后扩展练习的设计, 体现了“高阶性、创新性和挑战度”, 为其他同类课程的设计提供参考。

基金项目: 三峡大学 2024 年教学研究一般项目, 基于 BOPPPS 模型的课程思政混合式教学模式探索-以《概率论与数理统计》为例 (J2024074)。

[参考文献]

- [1]肖莉.慕课模式下"概率论与数理统计"课程教学改革初探[J].高教探索,2016(7):3.
- [2]贾永旺.大学数学教学现状和提高教学质量的建议[J].当代教育实践与教学研究,2019(19):57-58.
- [3]杨苗苗.基于"365"方案的大学数学公共课混合式教学设计[J].山西财经大学学报,2022,44(2):161-164.
- [4]曹丹平,印兴耀.加拿大 BOPPPS 教学模式及其对高等教育改革的启示[J].实验室研究与探索,2016,35(2):6.
- [5]罗宇,付绍静,李瞰.从 BOPPPS 教学模型看课堂教学改革[J].计算机教育,2015(6):3.
- [6]储亚伟,叶薇薇,王海坤.基于 BOPPPS 模型下的高等数学微课教学设计——以“一阶非齐次线性微分方程的解法”为例[J].山东农业工程学院学报,2016,33(9):4.
- [7]张莉,王秋宝.基于 BOPPPS 教学模式的复变函数论教学设计——以“解析函数的概念与柯西-黎曼方程”为例[J].大学数学,2023,39(4):113-118.
- [8]翠琴,齐新社,王欣,等.基于“BOPPPS 模型+对分课堂”的高等数学混合式教学模式探索——以导数的概念为例[J].高等数学研究,2024,27(4):61-64.

作者简介: 胡昀 (1995—), 女, 汉族, 讲师, 三峡大学数理学院, 从事概率论与数理统计的教学与研究。