

柔性压电型声学超材料研究

李铁莲

山西工程职业学院, 山西 太原 030001

[摘要] 声学超材料因其在我国降噪技术领域具有显著的研究意义和应用价值, 已引起广泛关注。本研究运用柔性材料技术, 设计并实现了一种带有弹性薄膜顶部的柔性亥姆霍兹共振腔, 进一步将其与压电材料结合, 构建了一种具有双局域共振效应的柔性压电型声学超材料。通过 COMSOL Multiphysics 仿真软件建立声学模型, 并在不同驱动电压条件下开展有限元分析。仿真结果表明, 在平面波照射下, 该声学超材料表现出明显的双局域共振特性, 其传递函数曲线呈现为两个显著的共振峰。在电压由 0V 变化至 200V 的过程中, 共振峰的频率由 734Hz 跃迁至 838Hz, 频率偏移量达到 104Hz, 实现了对中低频噪声的有效控制。此外, 搭建了压电型声学超材料的声学性能实验平台, 以验证仿真结果的准确性和可靠性。实验结果验证了所设计的压电型声学超材料确实具有双局域共振效应, 其传递函数曲线与仿真预测高度一致。

[关键词] 柔性声学超材料; 双局域共振; 低频噪声; 消声性能

DOI: 10.33142/nsr.v2i3.17720

中图分类号: TB556

文献标识码: A

Research on Flexible Piezoelectric Acoustic Metamaterials

LI Tielian

Shanxi Engineering Vocational College, Taiyuan, Shanxi, 030001, China

Abstract: Acoustic metamaterials have attracted widespread attention due to their significant research significance and application value in the field of noise reduction technology in China. This study utilized flexible material technology to design and implement a flexible Helmholtz resonant cavity with an elastic thin film top, and further combined it with piezoelectric materials to construct a flexible piezoelectric acoustic metamaterial with dual local resonance effects. Establish an acoustic model using COMSOL Multiphysics simulation software and conduct finite element analysis under different driving voltage conditions. The simulation results show that under plane wave irradiation, the acoustic metamaterial exhibits significant dual local resonance characteristics, and its transfer function curve presents two significant resonance peaks. During the process of voltage changing from 0V to 200V, the frequency of the resonance peak transitions from 734Hz to 838Hz, with a frequency offset of 104Hz, achieving effective control of mid to low frequency noise. In addition, an acoustic performance experimental platform for piezoelectric acoustic metamaterials was established to verify the accuracy and reliability of simulation results. The experimental results confirmed that the designed piezoelectric acoustic metamaterial indeed exhibits dual local resonance effect, and its transfer function curve is highly consistent with the simulation prediction.

Keywords: flexible acoustic metamaterials; dual local resonance; low frequency noise; noise reduction performance

引言

近代以来, 随着工业革命和科学技术的发展, 各类噪声问题日益严重。在声学超材料快速发展的今天, 刚性材料一直作为声学超材料的首要选择, 而刚性材料一旦定型, 物理性能和结构参数也随之固定, 其较差的抗变形能力使其不能适用一些复杂场合, 具有一定的局限性^[1]。而柔性超材料可以弯曲, 折叠, 拉伸, 压缩, 变形且仍能保持高效声学性能^[2]。柔性技术利用在可调式声学超材料中, 使其在节约成本、容易加工成型的同时, 可以贴合异形曲面, 拓宽其实际运用场合^[3]。

Ding 等^[4]研究了不同尺寸的开口空心球组成亥姆霍兹共振式声学超材料, 研究表明, 该声学超材料具有多禁带负体积模量。YTang 等^[5]设计了多个亥姆霍兹共振器串联或并联起来构成一种多腔式声学超材料, 该超材料同时

具有低频吸声以及高承载能力两种超材料特性。Y.Li 等^[6]设计了一种空间折叠型亥姆霍兹共振腔, 该结构通过折叠腔体空间缩小了厚度波长比, 在有限的结构尺寸内实现了低频降噪, 给超材料的微型化应用带来一些参考。洪志恒等^[7]设计了一种螺旋型亥姆霍兹共振式声学超材料。研究表明, 该声学超材料在 240Hz~330Hz 频带内均能实现有效吸声, 平均吸声效果可达 54%, 可广泛应用于管道的低频噪声控制。

本文设计了一种基于柔性技术, 将亥姆霍兹共振效应和弹性薄膜共振效应及压电片共同作用的声学超材料, 其具备双局域共振效应, 通过改变驱动电压, 压电陶瓷片产生形变, 进而引起弹性薄膜刚度发生变化, 系统固有频率改变, 导致消声共振峰发生偏移, 拓宽声学超材料的噪声控制频带实现噪声的自适应控制。

1 理论介绍

1.1 亥姆霍兹共振理论研究

亥姆霍兹共振器是噪声控制领域最常使用的一种消声设备，常用于汽车和飞机等交通工具排气管降噪、建筑声学、医院的隔声墙等应用场合，它的结构主要由颈部和腔体组成^[8]，其数学模型如图1所示，图中 l_e 为颈部高度， h 为腔体高度， R 为腔体半径， r 为颈部半径。本文设计的颈部高度 l_e 为5mm，腔体高度 h 为50mm，腔体边长 D 为60mm，颈部半径 r 为2mm。

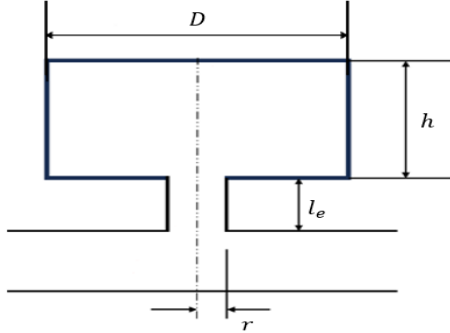


图1 亥姆霍兹共振器数学模型

对于亥姆霍兹共振腔，传递矩阵能够简化为：

$$[T] = \begin{bmatrix} \cos(kl) & j(c/S)\sin(kl) \\ j(S/c)\sin(kl) & \cos(kl) \end{bmatrix} \quad (1)$$

亥姆霍兹共振器等效为一维振动系统，只有空气对其有阻尼作用，可以忽略不计，当平面声波入射时，在分界面处声压和速度满足以下条件^[9]：

$$p_1 = p_2 = p_3 \quad (2)$$

$$\rho S_1 u_1 = \rho S_1 u_2 + \rho S_1 u_3 \quad (3)$$

如图1所示，共振腔颈部与外部结构的阻抗为：

$$Z_3 = P_3 / (\rho c u_3) \quad (4)$$

结合上式可以得到：

$$\begin{Bmatrix} p_3 \\ \rho S_{HR} u_3 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos(kl_e) & j(c/S_{HR})\sin(kl_e) \\ j(S_{HR}/c)\sin(kl_e) & \cos(kl_e) \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} \cos(kh) & j(c/S')\sin(kh) \\ j(S'/c)\sin(kh) & \cos(kh) \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} p_5 \\ \rho S' u_5 \end{Bmatrix} \quad (5)$$

式中， ρ 表示气体密度， c 为介质（空气）中的声速， k 为波数，这是研究声学性能常用的一种参数， $k = \frac{\omega}{c} = \frac{2\pi f}{c} = \frac{2\pi}{\lambda}$ ； S_{HR} 为亥姆霍兹共振器颈部截面积， S' 为共振腔横截面积， l_e 表示共振器颈部有效长度， h 表示共振腔高度， u 表示质点振动速度。

如果入射声波的波长远大于共振器管径，颈部所受辐射对于颈部的声阻抗影响等效为在颈部延长了一部分长度，被称为端部修正，从物理层面理解端部修正，处于颈部附近的空气与颈部内的空气一起振动，相当于弹簧振子系统的质量块增大，也就是说变相的增大了颈部长度。经

过端部修正后，颈部的长度等效为颈部的有效长度 l_e ， l_e 的表达式为 $l_e = l_{HR} + \delta_1 + \delta_2$ ， l_{HR} 为所设计亥姆霍兹共振器颈部的实际长度， δ_1 和 δ_2 分别表示共振腔颈部与外部结构和亥姆霍兹共振腔的修正系数。

端部的修正系数近似等于：

$$\delta = \frac{8}{3\pi} r_{HR} (1 - 1.25\sqrt{\phi}) \approx 0.85 r_{HR} (1 - 1.25\sqrt{\phi}) \quad (6)$$

式中， ϕ 表示颈部截面积和共振腔截面积之比； r_{HR} 表示颈部半径，该表达式为 $\phi < 0.2$ 时有效。结合公式(1-3)可以得到：

$$\frac{1}{Z_3} = j \frac{\tan(kl_e) + (S'/S_{HR})\tan(kh)}{1 - (S'/S_{HR})\tan(kl_e)\tan(kh)} \quad (7)$$

将上式代入(1-5)，可以得到：

$$\begin{Bmatrix} p_1 \\ \rho S_1 u_1 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ j \frac{S_{HR}}{c} j \frac{\tan(kl_e) + (S'/S_{HR})\tan(kh)}{1 - (S'/S_{HR})\tan(kl_e)\tan(kh)} & 1 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} p_2 \\ \rho S_1 u_2 \end{Bmatrix} \quad (8)$$

进一步简化得到亥姆霍兹共振器的传递损失：

$$TL = 10 \lg \left\{ 1 + \left[\frac{S_{HR}}{2S_1} j \frac{\tan(kl_e) + (S'/S_{HR})\tan(kh)}{1 - (S'/S_{HR})\tan(kl_e)\tan(kh)} \right]^2 \right\} \quad (9)$$

当传递损失接近无穷大时，亥姆霍兹共振器产生共振效应，由上可以得出，共振器产生共振的条件为：

$$1 - (S'/S_{HR})\tan(kl_e)\tan(kh) = 0 \quad (10)$$

当输入频率很小时，会出现 $kl_e \ll 0$ ， $kh \ll 0$ ，上式可以等效为：

$$kl_e kh = S_{HR} / S' \quad (11)$$

综合上式，可以得到亥姆霍兹共振器的共振频率为：

$$f = \frac{c}{2\pi} \sqrt{\frac{S_{HR}}{V l_e}} \quad (12)$$

表达式中 c 为媒介（空气） l_e 中的声速， S_{HR} 为颈部截面积， V 为共振腔的体积，表示颈部有效长度。

1.2 薄膜共振理论研究

薄膜在受到外力的影响下，会产生一种内在拉力使薄膜恢复到初始状态，这种拉力主要产生在薄膜相邻质点间，被称为薄膜的张力^[10]。薄膜的振动主要与其张力相关，其自身的韧性强度可以忽略。

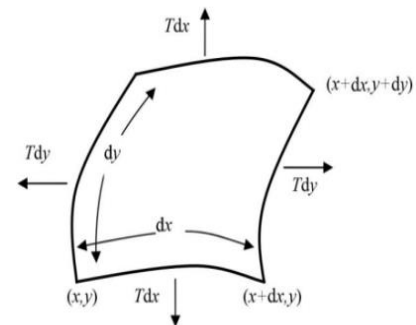


图2 薄膜面单元受力示意图

如图2所示,假设薄膜做小幅度的横向振动,其振动平面为 xy 平面,若薄膜平面所受各方向的力相同,其单位长度所承受的拉力成为薄膜张力,用符号 T 表示,单位为 N/m ,在薄膜受到振动变形时,微面元 $dxdy$ 的四周与相邻面微元存在张力作用,单位设为 kg/m 。若薄膜张力与 x 方向的夹角为 α ,则张力 T 在该面单元 x 轴方向的分量为 $T\sin\alpha$,在小振幅作用下,由于夹角 α 较小,由此可得出 $\sin\alpha \approx \tan\alpha$ 。

在笛卡尔坐标系下,在某时刻 t 上某一位置 (x,y) 的位移可以用 $w(x,y,t)$ 表示:

$$\tan\alpha = \left(\frac{\partial w}{\partial x}\right)_x \quad (13)$$

面单元 x 和 $x+dx$ 在边缘上所受垂直方向的合力如公式(14)所示,其 y 和 $y+dy$ 在边缘上所受垂直方向的合力如公式(15)所示。

$$T\left(\frac{\partial w}{\partial x}\right)_{x+dx} dy - T\left(\frac{\partial w}{\partial x}\right) dy = T\left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2}\right) dxdy \quad (14)$$

$$T\left(\frac{\partial w}{\partial y}\right)_{y+dy} dx - T\left(\frac{\partial w}{\partial y}\right) dx = T\left(\frac{\partial^2 w}{\partial y^2}\right) dxdy \quad (15)$$

由牛顿第二定理可得,薄膜的运动方程为:

$$T\left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial y^2}\right) dxdy = \rho_s dxdy \left(\frac{\partial^2 w}{\partial t^2}\right) \quad (16)$$

由此推导出薄膜的振动方程为:

$$T\left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial y^2}\right) = \rho_s \left(\frac{\partial^2 w}{\partial t^2}\right) \quad (17)$$

通过极坐标对薄膜振动方程进行分析。在极坐标中 r 一般表示极径,即坐标原点到某一位置的距离,用 θ 表示极角,即极径 r 与 x 轴的正向夹角,极坐标与直角坐标换算关系为: $x=r\cos\theta, y=r\sin\theta$,将公式(17)进行极坐标变换可得公式:

$$T\left(\frac{\partial^2}{\partial r^2} + \frac{\partial}{r\partial r} + \frac{\partial^2}{r^2\partial\theta^2}\right) = \rho_s \left(\frac{\partial^2 w}{\partial t^2}\right) \quad (18)$$

由此可得出薄膜的自由振动方程:

$$\rho_s \left(\frac{\partial^2 w}{\partial t^2}\right) = T\nabla^2 w \quad (19)$$

在上式中 ∇^2 表示二维坐标下的拉普拉斯算子。经过上式推导可得:

$$\eta(t,r) = \eta_a e^{j\omega t} \quad (20)$$

式中 η_a 表示薄膜振动时某一位置振幅的大小,而薄膜在平均位置上为:

$$\bar{\eta}_a = \frac{1}{\pi a^2} \int_0^a 2\pi\eta_a r dr = \frac{\rho_a}{k^2 T} \frac{J_2(ka)}{J_0(ka)} \quad (21)$$

式中: $J_2(ka)$ 为二阶贝塞尔函数,由此得出薄膜共振频率为:

$$f_{mn} = \frac{\mu_{mn}}{2\pi a} \sqrt{\frac{T}{\sigma}} \quad (22)$$

其中: T 表示薄膜张力, σ 表示面密度。

2 压电型声学超材料结构设计与性能仿真

2.1 压电型声学超材料模型建立

图3为弹性薄膜在驱动电压下的形变简易图,壳体采用了硅胶材料制作,亥姆霍兹空气腔由模具浇注脱模而成,弹性薄膜由硅胶和硅胶固化剂按比例100:2.5充分搅拌均匀固化制作。所设计的压电声学超材料可等效为两个“弹簧-质量块”系统的耦合作用。当输入驱动电压时,一方面亥姆霍兹共振腔腔体体积会发生改变,导致系统的固有频率发生变化;另一方面由于压电效应压电片发生形变,改变了弹性薄膜的刚度,进而改变系统的共振消声频率。通过分析可得出该系统具有明显的双局域共振效应,可通过改变驱动电压达到主动调频效果。

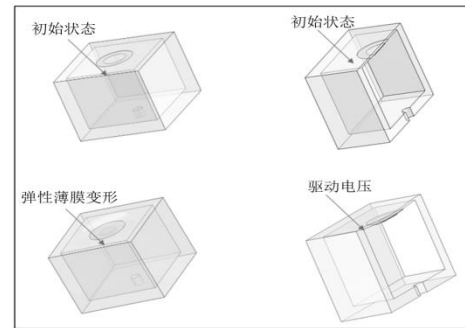


图3 弹性薄膜在驱动电压下的变形图

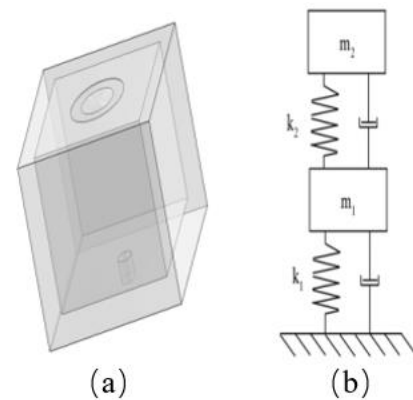


图4 超材料单元模型与理论模型

上图4(a)为声学超材料结构单元与理论模型示意图,其中亥姆霍兹共振腔等效为一个单自由度“弹簧-质量块”系统,共振腔基底由弹性薄膜取代,等效为另一个单自由度“弹簧-质量块”系统;本文所设计的超材料相当于亥姆霍兹共振腔与薄膜系统等效叠加的双局域共振系统,图

4(b)为双自由度弹簧振动系统的等效类比示意图。

2.2 压电型声学超材料仿真分析

本文采用了有限元仿真软件 COMSOL Multiphysics 5.5 对所设计声学超材料进行声学性能仿真模拟分析,验证超材料低频消声性能。为测试本文所设计压电声学超材料的声学性能,建立了如图 5 所示声学超材料仿真模型。其中亥姆霍兹共振腔颈部半径 $r=2\text{mm}$, 颈部高度 $l_c=5\text{mm}$, 空气腔截面积是边长 $D=60\text{mm}$, 空气腔高度 $h=50\text{mm}$, 薄膜厚度设为 $b=1\text{mm}$, 空气柱截面积设为 $80\text{mm}\times 80\text{mm}$, 长度设为 300mm 。

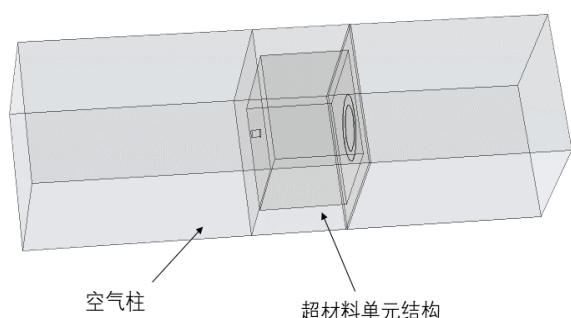


图 5 压电型声学超材料的仿真模型

2.3 声学超材料仿真结果分析

图 6 为不同驱动电压下声学超材料传递损失曲线图,从曲线可以看出所设计的声学超材料具有明显的双局域共振效应,首先在噪声频率达到 120Hz 时,亥姆霍兹共振腔与柔性壳体产生声固耦合效应,声学超材料达到共振峰值,在此处有明显亥姆霍兹共振效应,传递损失峰值可达到 72dB ,在噪声频率达到 200Hz 左右时,声学超材料处于传递损失的反共振峰,此时系统消声效果减弱,随着噪声频率的不断增加,声学超材料发生了薄膜共振效应,消声效果有了显著提升。从传递损失曲线图可以看出,在对声学超材料施加的驱动电压,会导致传递损失共振峰值向左侧偏移,在施加 0V 到 200V 电压时,共振峰值所对应频率由 734Hz 偏移到 838Hz ,偏移量达到 104Hz 。上述结果证明声学超材料实现了低频、宽频带消声的可能性。

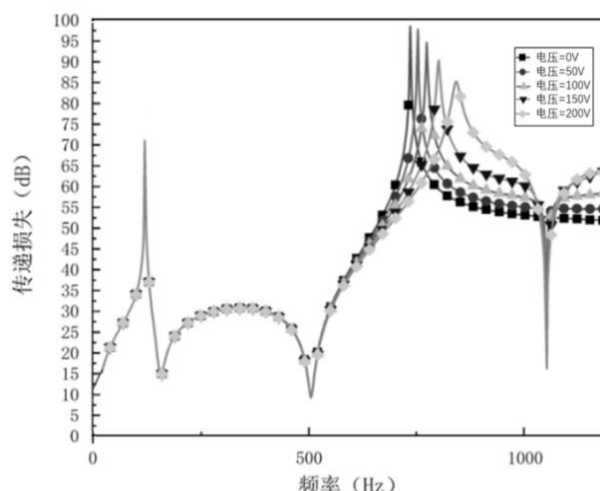


图 6 不同驱动电压下声学超材料传递损失曲线图

3 压电型声学测试系统的构建

本文采用双负载法测量阻抗管中柔性声学超材料的声学性能。搭建的声学测试平台由计算机 PC 端、功率放大器、扬声器、数据采集卡、声阻抗管、四个声学传感器以及声学末端组成,其中计算机 PC 端采用了 Labview 软件作为实验信号的发射端。使用了 YE5871A 型功率放大器,选用 DQ30TZF-05 型扬声器,功率范围在 $8\sim 16\text{W}$,频率响应范围在 $20\text{Hz}\sim 20\text{kHz}$ 。选用了 NI-DAQ9234 型数据采集卡,其具有 4 个信号传输通道,符合双负载法实验需要。采用了 AIWA14425 型声学传感器,其采集信号不受自由场、扩散场、温度场以及压力场等声场影响,如图 7 所示。

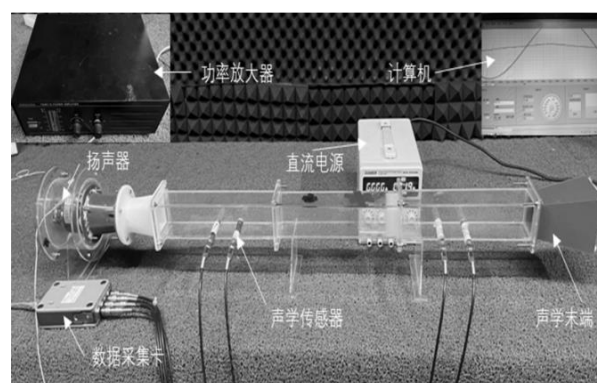


图 7 压电型声学超材料声学测试平台

3.1 压电型声学超材料声学性能验证

为了能够更加准确地测量压电型声学超材料的声学性能,本实验特地选择在密闭消声工作室中进行,这样做的目的是为了最大程度地排除环境噪音等各种因素的影响,从而确保实验结果的准确性和可靠性。在本次实验中,我们采用了双负载法进行实验研究。为了进一步确保实验数据的精确性,我们首先需要测量阻抗管空管(即无声学超材料)情况下的传递损失,然后再对比测量放置柔性声

学超材料时的声学性能。我们按照上图7所示的方式搭建了声学性能测试平台,在这个平台上,我们使用了四个传声器来记录四个不同位置的声压幅值,并根据这些数据绘制出了如下图所示的传递损失曲线。

如图8所示,在空阻抗管的条件下,系统的传递损失大约为2dB到3dB,这个测量结果是由于测试系统受到环境因素的影响而产生的。为了得到声学超材料的实际传递损失曲线,我们需要用压电型声学超材料的测量结果减去空阻抗管的测量结果。从上图中可以清晰地看出,柔性声学超材料具有非常明显的双局域共振效应。在低频噪声处,会出现亥姆霍兹共振消声峰,其消声峰值可以达到50dB。在中低噪声频段,与空阻抗管的传递损失相比,由于受到声学超材料外壳的影响,系统的传递损失处于较高的水平,能够维持在30dB左右。而在中高噪声频段,则会出现薄膜共振消声峰,此时的消声峰值可以达到74dB。

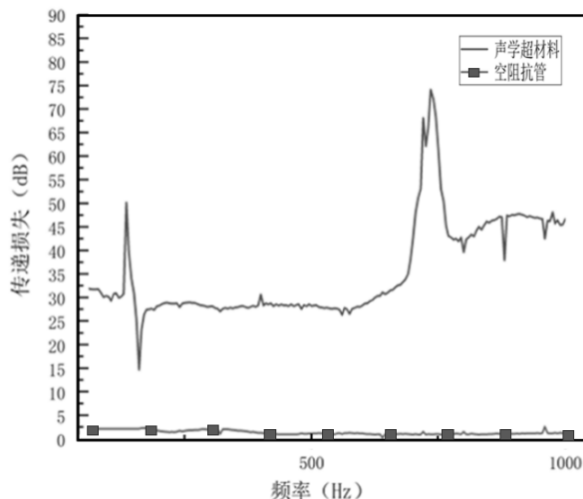


图8 压电型声学超材料与空阻抗管传递损失对比图

3.2 压电型声学超材料的调频特性验证

为验证压电型声学超材料的调频特性,本文进行了通过驱动电压改变薄膜张力实现不同频段消声的实验,实验结果如图9所示。

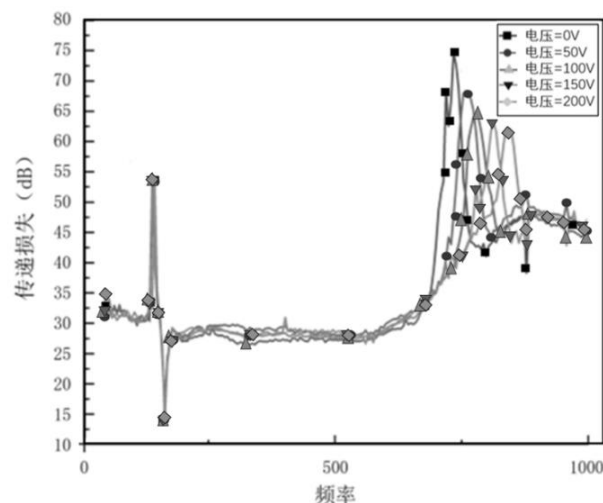


图9 压电型声学超材料传递损失曲线图

通过分析实验结果可以看出,压电型声学超材料传递损失曲线与仿真结果基本吻合,在驱动电压为0V时,系统会在130Hz和735Hz产生两个消声共振峰值,可以明显看出该声学超材料受到亥姆霍兹共振效应和薄膜共振效应共同作用影响,出现了两个消声共振峰,当驱动电压由0V逐步增大到200V时,由薄膜共振效应引起的消声共振峰由735Hz偏移至840Hz,偏移量达到了105dB,这是由于在驱动电压的情况下,压电陶瓷片产生形变,进而引起弹性薄膜刚度发生变化,系统固有频率改变,导致消声共振峰发生偏移,驱动电压越大,压电陶瓷片形变越明显,消声共振峰偏移量越大,验证压电声学超材料的主动调频特性,由于压电片形变对亥姆霍兹共振腔体积影响较小,亥姆霍兹共振消声峰几乎没有偏移。

4 结论

本文首先从理论分析了柔性压电型声学超材料的振动特性,接着通过仿真和实验研究了柔性压电型声学超材料的声学性能,得出结论如下:

(1) 柔性压电型声学超材料在低频处消声取决于亥姆霍兹共振效应,在中高频段消声效果取决于薄膜共振效应,在不同驱动电压下薄膜共振峰值受影响较大,施加电压越大,弹性薄膜所受张力越大,共振峰值向右偏移越明显,这个结果与理论研究相一致,验证了驱动电压实现对声学超材料调频方案是可行的。

(2) 通过对压电型声学超材料仿真分析表明在施加0V到200V电压时,共振峰值所对应频率由734Hz偏移到838Hz,偏移量达到104Hz。

(3) 通过对压电型声学超材料实验分析表明当驱动电压由0V逐步增大到200V时,由薄膜共振效应引起的消声共振峰由735Hz偏移到840Hz,偏移量达到了105dB,与仿真结果基本吻合,上述结果证明了压电型声学超材料实现噪声控制的可能性。

本文的研究为主动声学超材料以及中低频降噪领域的发展开辟了新道路。

基金项目：“山西工程职业学院 2023 年度教学改革与实践研究课题‘双高背景下基于“产教协同育人”的高职机电类专业人才培养模式的创新和实践探究’（JG 2023-06）”。

[参考文献]

- [1]Qiangbing L ,Xin L ,Xiujuan Z, et al.Perspective: Acoustic Metamaterials in Future Engineering[J].Engineering,2022(17):22-30.
- [2]马智宇.柔性声学超材料低频消声技术研究[D].太原:中北大学,2023.
- [3]唐瀚川.柔性声学超构材料的功能基元与序构设计研究[D].武汉:华中科技大学,2021.
- [4]Ding,C.-L., Zhao ,X.-P.. Multi-band and broadband acoustic metamaterial with resonant structures[J]. Journal of Physics, D. Applied Physics: A Europhysics Journal,2011,44(21):1-8.

[5]Tang Yufan ,Ren Shuwei ,Meng Han ,et al. Hybrid acoustic metamaterial as super absorber for broadband low-frequency sound[J]. Scientific reports,2017(7):1-4.

[6]Li, Yong ,Assouar ,Badreddine M. Acoustic metasurface-based perfect absorber with deep subwavelength thickness[J]. Applied physics letters,2016,108(6):1-4.

[7]洪志恒.螺旋型亥姆霍兹共振消声器及吸收体设计与声学特性研究[D].哈尔滨:哈尔滨理工大学,2022.

[8]陈文渊.基于声学超材料的低频吸声结构与自适应吸声系统设计研究[D].重庆:西南大学,2021.

[9]林远鹏.基于声学超材料的声吸收和声隔离的研究[D].南京:南京大学,2019.

[10]陈琳.基于局域共振原理的瓣型宽带隙声学超材料研究[D].镇江:江苏大学,2016.

作者简介：李铁莲（1974.4—），毕业院校：太原理工大学，所学专业：机械，当前就职单位：山西工程职业学院，职务：教师，职称级别：副教授。