

## 基于遗传算法的斜齿轮减速器传动优化设计

毛航宇 王健旭 高宇轩 易帅  
电子科技大学成都学院，四川 成都 611731

[摘要]对一个两级斜齿圆柱齿轮减速器进行设计与分析，构建了优化的数学模型，采用遗传算法对两级斜齿圆柱齿轮减速器设立多个约束条件，并通过实例分析，探讨了遗传算法关于此类多约束、变量的问题，得出优化方案，说明了遗传算法可以对斜齿圆柱齿轮进行优化、对于多变量设计优化的可行性。

[关键词]减速器；遗传算法；优化设计

DOI: 10.33142/sca.v8i9.17954 中图分类号: TH132 文献标识码: A

## Optimization Design of Helical Gear Reducer Transmission Based on Genetic Algorithm

MAO Hangyu, WANG Jianxu, GAO Yuxuan, YI Shuai

Chengdu College of University of Electronic Science and Technology of China, Chengdu, Sichuan, 611731, China

**Abstract:** A two-stage helical cylindrical gear reducer was designed and analyzed, and an optimized mathematical model was constructed. Multiple constraint conditions were set up for the two-stage helical cylindrical gear reducer using genetic algorithm. Through case analysis, the genetic algorithm was explored for such multi constraint and variable problems, and an optimization plan was obtained. The feasibility of genetic algorithm for optimizing helical cylindrical gears and multivariable design optimization was demonstrated.

**Keywords:** reducer; genetic algorithm; optimization design

### 引言

齿轮减速器是一种重要的机械传动装置，通常置于电动机和工作机之间来实现既定目标转速或增大转矩。在传统的设计流程中，设计人员通常需依据强度、刚度等校核指标反复验算，得出一种可行设计方案，费时费力且精度受限。在早期的优化设计研究中，余晓波等人通过算法对轮齿修形以及算法优化达到了降低噪声共振现象的产生，

进而达到优化齿轮传动的方案，但操作流程复杂，不便于实际操作。而利用遗传算法，能够有效地处理齿轮减速器多变量参数问题，不同于传统算法作用于变量本身，遗传算法可以通过既定约束和编码技术达到全局范围内的测定，以达到优化的设计。

### 1 斜齿轮减速器的数学模型

两级斜齿圆柱齿轮减速器结构如图 1 所示。

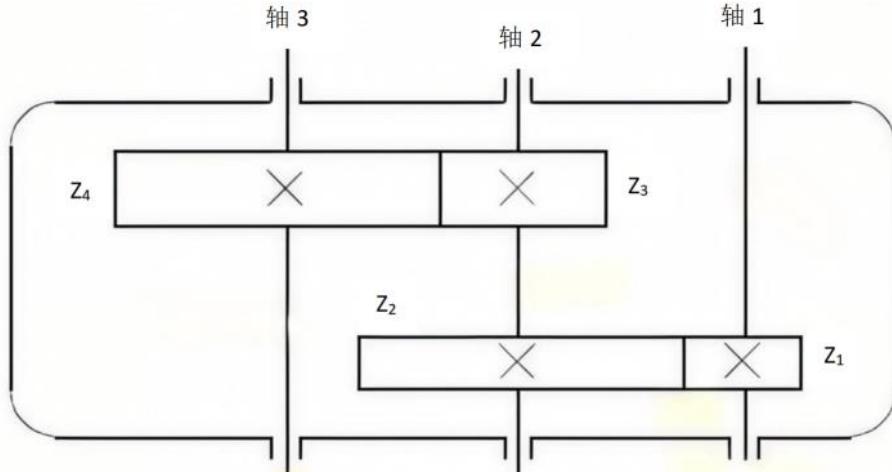


图 1 两级斜齿圆柱齿轮减速器结构

图 1 中:  $z_1$  为主动轮:

$$\text{中心距: } a_1 = \frac{m_{n1}(z_1+z_2)}{2 \cos \beta_1}, \quad a_2 = \frac{m_{n2}(z_1+z_2)}{2 \cos \beta_2}.$$

### 1.1 确定设计变量

两级斜齿轮减速器在传动过程中由 4 个齿轮组成, 分别用  $z_1, z_2, z_3, z_4$  表示, 高、低速级的传动比由  $i_1, i_2$  表示, 两齿轮组的法面模数分别为  $m_{n1}, m_{n2}$ , 螺旋角用  $\beta_1, \beta_2$  表示, 在传动设计中传动比  $i_{\text{总}}$  已知, 满足  $i_{\text{总}}=i_1i_2$ , 故可以确定设计变量  $X = [z_1, z_3, m_{n1}, m_{n2}, \beta_1, \beta_2, i_1]^T = [x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6, x_7]^T$ 。

### 1.2 设定目标函数

在减速器的优化设计中, 首先得明确目标函数。本研究是在满足各种性能要求的前提下把齿轮体积设计为最小, 欲使体积最小, 只需满足中心距最小。故以最小中心距定为目标函数:

$$a_{\Sigma} = a_1 + a_2 = \frac{x_1 x_3 (1+i_1)}{2 \cos x_5} + \frac{x_2 x_4 (1+i_{\text{总}}/i_1)}{2 \cos x_6} \quad (1)$$

### 1.3 设定约束函数

合理分配传动比有利于平衡齿轮间的受力, 不易发生破坏; 合理的齿数, 确保轮齿间都能相互接触, 避免局部磨损导致过度磨损, 延长齿轮寿命; 模数是影响齿轮尺寸的主要参数, 选取不当会导致齿轮结构不稳固, 影响强度; 螺旋角会影响重合度, 影响传动的平稳性和噪音的产生; 选择合理的齿宽系数能平衡承载能力、传动平稳性等。约束公式如下:

$$(1) i \text{ 约束: } g_1(x) = \left( \frac{z_2 z_4}{z_1 z_3} - i_0 \right) - \Delta i \leq 0.$$

$i_0$ —目标总传动比;

$\Delta i$ —传动比允许误差 (0.05)。

$$(2) z \text{ 约束: } g_2(x) = z_{min} - z_i \leq 0; \quad i = 1, 2, 3, 4; \\ z_{min}=17; \quad g_3(x) = z_i - z_{max} \leq 0; \quad i = 1, 2, 3, 4; \quad z_{max}=150.$$

$$(3) m \text{ 约束: } g_4(x) = m_{nj} - m_{nk} \leq 0; \quad j = 1, 2; \quad k \in \{1.25, 1.5, 2, 2.5, 3, 4\} \text{ (标准模数).}$$

$$(4) \beta \text{ 约束: } g_5(x) = \beta_{min} - \beta_j \leq 0; \quad j = 1, 2; \quad \beta_{min}=8; \\ g_6(x) = \beta_j - \beta_{max} \leq 0; \quad j = 1, 2; \quad \beta_{max}=20^{\circ}.$$

(5) 将大小齿轮按照齿面接触强度的要求,  $\sigma_{H1} = 550 \text{ MPa}$ ,  $\sigma_{H2} = 500 \text{ MPa}$ ,  $\sigma_{F1} = 450 \text{ MPa}$ ,  $\sigma_{F2}=400 \text{ MPa}$ , 由接触疲劳强度计算公式得:

$$\text{高速级: } \sigma_{H1} = Z_E Z_H Z_{\varepsilon} Z_{\beta} \sqrt{\frac{2K_1 T_1}{\varphi_d (x_1 x_3)^3} \frac{i_1 \pm 1}{i_1}} \leq [\sigma_{H1}]$$

$Z_1$ —高速载荷系数 (取 1.3);

$Z_E$ —弹性系数 (455 钢, 取  $189.8 \sqrt{\text{MPa}}$ );

$Z_H$ —区域系数 (2.5);

$Z_{\varepsilon}$ —重合度系数 (0.85);

$Z_{\beta}$ —螺旋角影响系数, ( $Z_{\beta}=\sqrt{\cos \beta}$ );

$\varphi_d$ —齿宽系数;

$$T_1=9.55 \times 10^6 \frac{P}{n_1} N \cdot mm.$$

$$\text{低速级: } \sigma_{H2} = Z_E Z_H Z_{\varepsilon} Z_{\beta} \sqrt{\frac{2K_2 T_2}{\varphi_d (x_2 x_4)^3} \frac{i_2 \pm 1}{i_2}} \leq [\sigma_{H2}].$$

$K_2$ —低速载荷系数 (取 1.2)。

(6) 将大小齿轮按照齿根弯曲强度的要求, 由齿根弯曲强度计算公式得:

$$\text{高速级: } \sigma_{F1} = \frac{2KT_1 \cos^2 x_5}{\varphi_d x_3^3 x_1^2} Y_{Fa1} Y_{Sa1} Y_{\varepsilon} Y_{\beta1} \leq [\sigma_{F1}].$$

$Y_{Fa1}$ —齿形系数;

$Y_{Sa1}$ —应力修正系数;

$Y_{\varepsilon}$ —重合度系数;

$Y_{\beta1}$ —螺旋角影响系数。

$$\text{低速级: } \sigma_{F2} = \frac{2KT_2 \cos^2 x_6}{\varphi_d x_2^3 x_4^2} Y_{Fa2} Y_{Sa2} Y_{\varepsilon} Y_{\beta2} \leq [\sigma_{F1}].$$

(7) 为避免干涉现象产生: 中间轴上大齿轮的齿顶圆到低速轴中心线的最小距离, 必须大于低速轴半径并留有足够的安全间隙。应满足:

$$\delta = a_2 - \frac{d_{a2}}{2} - r_{low} + \Delta > 0 \quad (2)$$

$r_{low}$ —低速轴在可能发生干涉处的轴段半径 (30mm);

$\Delta$ —安全间隙, 一般取 2~5mm (取 3mm)。

### （8）边界约束限制

考虑减速器的传动性能、传动能力, 并兼顾减速器的润滑条件、结构合理性及一般工艺要求, 需对相关参数予以必要限制。

约束条件:

$$g_1(x) = x_1 - 17 \geq 0 \quad g_2(x) = 30 - x_1 \geq 0$$

$$g_3(x) = x_2 - 20 \geq 0 \quad g_4(x) = 30 - x_2 \geq 0$$

$$g_5(x) = x_3 - 2 \geq 0 \quad g_6(x) = 5 - x_3 \geq 0$$

$$g_7(x) = x_4 - 3 \geq 0 \quad g_8(x) = 6 - x_4 \geq 0$$

$$g_9(x) = x_5 - 10 \geq 0 \quad g_{10}(x) = 20 - x_5 \geq 0$$

$$g_{11}(x) = x_6 - 8 \geq 0 \quad g_{12}(x) = 20 - x_6 \geq 0$$

## 2 遗传算法求解

优化齿轮减速器是含有多变量参数的非线性优化问题, 而且还含有约束函数, 采用遗传算法可以帮助很好地解决这个优化问题。

遗传算法作为一种全局优化技术，非常适用于解决像齿轮减速器设计这类复杂的工程问题。它从一个随机生成的初始方案集合（称为“种群”）出发，通过模拟生物进化中的“选择”“交叉”和“变异”操作，使“种群”一代代进化，逐步逼近全局最优解。该算法的优势在于，它不直接处理具体变量，而是处理它们的编码，并且不依赖于目标函数的梯度信息。这使得它能有效处理减速器优化中常见的非连续、非规则等复杂约束问题。

## 2.1 确定适应度函数

遗传算法中，适应度函数依目标函数而定，用于衡量个体优劣。其值越高，表明个体性能越好，遗传到下一代的概率也越大。该设计确保算法能有效推动种群向最优解进化。因此可以构造合适的适应度函数来达到优化设计的目的。

$$\text{适应度函数: } \text{Fitness}(x) = \frac{1}{a+P(x)+\varepsilon}.$$

( $\varepsilon$ 为一极小的正整数 确保  $a + P(x)$  非零)。

$$P(x)=\sum_{i=1}^4 \mu_i [max(0, g_i(x))]^2; \quad P(x) --- \text{惩罚函数}.$$

$\mu_i$ ——惩罚因子权重（针对不同约束有不同约束值）

$$\mu_{HP_{1,2}}/\mu_{FP_{1,2}}=10^6; \quad \mu_i=10^4; \quad \mu_{m_{n1}}/\mu_{m_{n2}}=10^3;$$

$$\mu_{\beta_1}/\mu_{\beta_2}=10^3.$$

## 2.2 确定编码方法

编码会影响到交叉、变异等遗传算子的运算，采用实数的编码方式，其能直接使用变量的真实值，能非常自然地表示连续变量，设每个染色体基因为一个描述变量，则：

$$X = [x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6, x_7]^T \quad (3)$$

### (1) 选择算子

随机选取一些父代进入交配池，本文采用锦标赛选择，其选择压力可控，易于结合约束处理，稳定可靠。

### (2) 交叉算子

选择混合交叉符合遗传算法中仿照“适者生存”的自然选择，对齿数进行交叉时，可以交换父代的部分齿数，从而产生新的、可行的齿数组合。

### (3) 变异算子

选择均匀性变异，对于整数变量和离散变量非常有效。例如，齿数可以变异为相邻的整数值，模数可以变异为标准系列中的上一个或下一个值。

### (4) 遗传算法运行参数

用编程在运行遗传算法前需确定四个参数：种群规模M、交叉率A、变异率B、迭代次数N。先确定这些参数为：M=80；A=0.85；B=0.03；N=120。

遗传算法流程图如图 2：

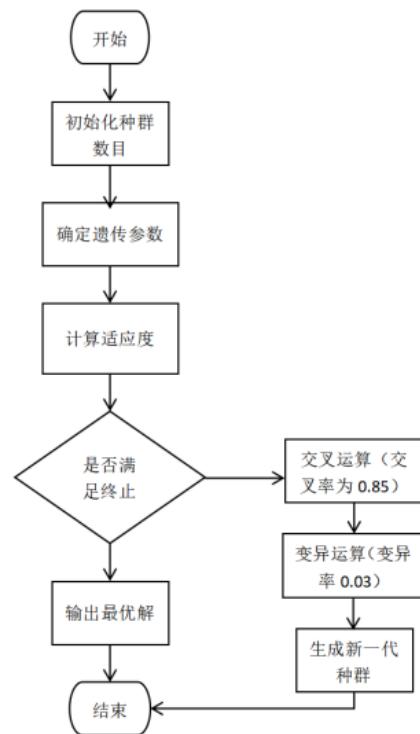


图 2 遗传算法流程图

## 3 优化实例

设计一台用于带式传输机上的两级斜齿圆柱齿轮减速器，高速轴输入功率为：5.5kW，高速轴转速为 960r/min，总传动比为 31.5，齿宽系数为 0.5。大齿轮 45 钢正火处理 HBS162~217；小齿轮 45 钢调质处理 HBS229~255

表 1 两级斜齿圆柱齿轮减速器

级数	螺旋角	模数	传动比	小齿轮齿数	大齿轮齿数	齿宽
1	12	2.5	6.7	19	128	15
2	15	3	4.7	19	89	27.3

表 2 两级斜齿圆柱齿轮减速器的设计参数

级数	模数	齿数	螺旋角	传动比
1	$m_{n1}$	$z_1$	$\beta_1$	$i_1$
2	$m_{n2}$	$z_2$	$\beta_2$	$i_2$

表 3 优化方案强度校验结果

校验目标	高速级	低速级	许用值	是否合格
接触应力 MPa	532.4	486.7	550/500	是
弯曲应力 MPa	428.3	392.1	450/400	是
安全系数	1.15	1.28	$\geq 1$	是

采用 MATLAB 编写代码，通过 calculate optimized design()、display comparison results() 和 generate comparison plots () 等主要函数生成优化对比图：



图 3 关键参数优化对比

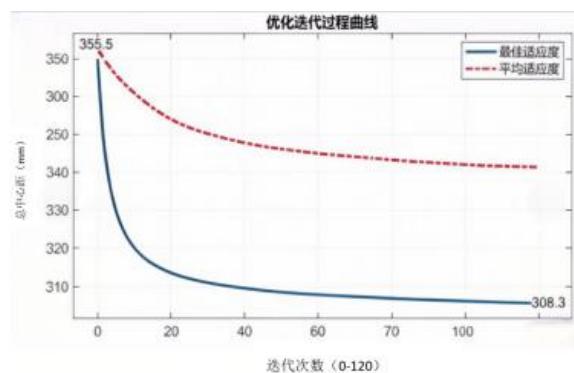


图 4 优化迭代过程曲线

表 4 优化后二级斜齿轮各参数的圆整及优化结果

级数	螺旋角	齿宽	小齿轮齿数	齿宽	传动比	法面模数	中心距	目标函数 Fitness(x)/mm
1	14.5	23.2	18	18.9	6.02	2	158.6	原设计: 355.5
2	12.8	32.1	21	26.9	5.23	2.5	149.7	优化后: 308.3

通过优化结果和图像数据显示：优化后的总中心距比原设定的中心距降低了约 13.3%，优化结果明显。

#### 4 结论

本研究通过分析斜齿轮减速器，明析其是多变量、多约束的综合性优化问题，采用遗传算法模拟自然进化过程筛选出最优参数。结果表明：该方法有效降低了中心距并缩短了优化时间，降低了减速器的体积并提高了优化效率。这样不仅可以通过算法来节省优化时间，还能大大降低材料成本，获得令人满意的结果，使设计参数达到理想的结果。在众多的机械传动中，采取此类方法来优化算法以后将会有广泛的应用前景。

#### [参考文献]

- [1]余晓波,陈素姣,章勇华,等.基于遗传算法的集中式传动系统齿轮修形及模态优化研究[J].工程设计学报,2024,31(3):340-347.
- [2]崔智勇,史龙繁.基于 MATLAB 的二级圆柱齿轮减速器的优化设计[J].内燃机与配件,2022(19):7-10.
- [3]濮良贵,陈国定,吴利言.机械设计[M].北京:高等教育出版社,2013.

[4]孙恒,陈作模,葛文杰.机械原理[M].北京:高等教育出版社,2013.

[5]高玉根,王国彪,丁予展.斜齿轮减速器遗传算法的优化设计[J].起重运输机械,2003(8):19-21.

[6]吴婷,张礼兵,黄磊.基于遗传算法的齿轮减速器优化设计[J].煤矿机械,2009,30(12):9-11.

[7]崔智勇,史龙繁.基于 MATLAB 的二级圆柱齿轮减速器的优化设计[J].内燃机与配件,2022(19):7-10.

[8]赵晓彤.二级斜齿圆柱齿轮减速器的多目标优化设计[J].机械研究与应用,2012(6):147-148.

[9]宋艳壮.面向多目标的二级圆柱齿轮减速器优化设计研究[J].自动化应用,2025,66(2):112-115.

[10]高玉根,王国彪,丁予展.遗传算法在机械优化设计中的应用现状及展望[J].机械,2002,29(3):8-11.

[11]陈强,王鹏,王斌.基于遗传算法的二级减速器齿轮优化设计[J].汽车实用技术,2019(23):62-65.

作者简介：毛航宇，男，毕业院校：电子科技大学成都学院，所学专业：机械设计制造及其自动化，当前就职单位：电子科技大学成都学院。